BACCALAUREAT **Coefficient : 4**
SESSION 2008 **Durée : 4 h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : D

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra trois (03) feuilles de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.
On considère l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $z^3 + (6 - 5i)z^2 + (1 - 20i) - 14 - 5i = 0$.

1. a) Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :
   $z^2 + (6 - 4i)z + 5 - 14i = 0$
   c) Résoudre à l'aide des questions qui précèdent l'équation (E).

2. On considère les points A, B, et D d'affixe respectives $u = i$; $v = -2 + 3i$ et $t = -4 + i$.
   a) Placer les points A, B et D dans le repère.
   b) Ecrire le nombre complexe $Z = \frac{u - v}{t - v}$ sous forme trigonométrique.
   c) En déduire que le triangle ABD est rectangle isocèle en B.

3. Soit S la similitude directe de centre A qui transforme D en B.
   B' est l'image de B par S.
   a) Justifier que le triangle ABB' est rectangle isocèle en B'.
   b) En déduire la construction du point B'.

4. a) Déterminer l'écriture complexe de S.
   b) Calculer l'affixe de B'.

EXERCICE 2

Le tableau ci-dessous donne les notes sur 20 obtenues en mathématiques et en sciences physiques par huit candidats de la série D au baccalauréat 2005. X_i est la note de mathématiques, Y_i la note en sciences physiques.

X_i	4	6	7	9	11	14	12	17
Y_i	3	4	6	8	10	12	9	14

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est 1 cm.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage puis le placer dans le repère.

3. a) Vérifier que la covariance cov(X, Y) de la série statistique est égale à $\frac{57}{4}$.
   b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y.

Tournez la page S.V.P.

4. Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés est : $Y = \frac{19}{22}X - \frac{17}{44}$.

5. Sur la base de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, calculer la note probable de mathématiques d'un candidat qui a obtenu 15 sur 20 en sciences physiques.

PROBLEME

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et définie par : $f(x) = 2x - 3 + \frac{\ln x}{x}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et définie par $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$.

1. Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. *(On ne demande pas de calculer les limites).*

2. Justifier que : $\forall x \in]0 ; +\infty[\;\; g(x) > 0$.

Partie B

1. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
   b) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
   b) Préciser la position de (C) par rapport à (D).

3. a) Démontrer que pour tout nombre réel strictement positif x, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
   b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
   c) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est : $y = 3x - 4$.

4. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.
   b) Justifier que : $1,3 < \alpha < 1,4$.

Partie C

On pose : $\varphi(x) = f(x) - (3x - 4)$ et $h(x) = -x^2 + 1 - \ln x$.

1. a) Déterminer le sens de variation de h sur $]0 ; +\infty[$.
   b) Calculer h(1) puis justifier que :
   $\forall x \in]0 ; 1[, h(x) > 0$;
   $\forall x \in]1 ; +\infty[, h(x) < 0$.

2. a) Démontrer que : $\forall x \in]0 ; +\infty[\;\; \varphi'(x) = \frac{h(x)}{(x)^2}$.
   b) Etudier les variations de φ puis en déduire le signe de $\varphi(x)$ suivant les valeurs de x.
   c) Déterminer la position de (C) par rapport à la tangente (T).

Partie D

1. Tracer la courbe (C), la droite (D) et la tangente (T). *On prendra $\alpha = 1,35$.*

2. Calculer en cm² l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.