*R. C. I. - M. E. N. E. T. F. P. * Direction des Examens et Concours * R. C. I. - M. E. N. E. T. F. P.* Direction des Examens et Concours*

BACCALAURÉAT **Coefficient : 3**
SESSION 2018 **Durée : 3 h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

1. Vérifie que : $10^3 \times (-10^{-3}) = -1$ et $10^3 - 10^{-3} = 999{,}999$.

2. Justifie que : $(x + 10^3)(x - 10^{-3}) = x^2 + 999{,}999x - 1$.

3. Déduis de la question 2 que -10^3 et 10^{-3} sont les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation :
   $x^2 + 999{,}999x - 1 = 0$.

4. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $e^{2x} + 999{,}999e^x - 1 = 0$.

EXERCICE 2

La Commission de discipline d'un lycée a convoqué quatorze (14) élèves, témoins de perturbations de cours dans l'établissement. La Commission a été renseignée sur le fait que cinq (5) de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités.
Dans le but d'identifier les complices, la Commission a auditionné un groupe de trois élèves pris au hasard parmi les 14.

Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.

1. Démontre qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de trois (3) élèves.
2. On note A l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ». Justifie que la probabilité de A est égale à $\frac{42}{182}$.
3. On note B l'évènement : « Parmi les élèves du groupe choisi figurent exactement deux complices ». Calcule la probabilité de B.
4. On note C l'évènement : « Au moins un élève du groupe choisi est complice ». Calcule la probabilité de C.
5. On note D l'évènement : « Tous les élèves du groupe choisi sont complices ». Démontre que la probabilité de D est égale à $\frac{5}{182}$.
6. On note E l'évènement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ou bien ils sont tous complices ». Calcule la probabilité de E.

7. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de complices figurant dans le groupe choisi.

On admet que les valeurs prises par X sont 0 ; 1 ; 2 et 3.
a) Établis la loi de probabilité de X.
(On présentera les résultats dans un tableau.)
b) Détermine l'espérance mathématique de X.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité graphique est : 2 cm.
On donne la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = -x + 3 + \ln(x)$.
On désigne par :
- (C), la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).
- (T), la tangente à (C) au point d'abscisse 2.

Partie A

1. a) Calcule $f(1)$
b) Calcule $f(4{,}50)$ et $f(4{,}51)$ et donne les résultats arrondis à l'ordre 3.

2. a) Justifie que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >0}} f(x) = -\infty$.
b) Donne une interprétation graphique du résultat obtenu.

3. On admettra que pour tout nombre réel strictement positif, $f(x) = x\left(-1 + \dfrac{3}{x} + \dfrac{\ln(x)}{x}\right)$.
Calcule : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Partie B

1. On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
Vérifie que, pour tout nombre réel x strictement positif, $f'(x) = \dfrac{-x+1}{x}$.

2. a) Étudie les variations de f.
b) Dresse le tableau de variations de f.

3. Détermine une équation de (T).

4. Justifie que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique dans l'intervalle $]4{,}50\,;4{,}51[$.
On admet que l'équation $f(x) = 0$, admet une autre solution dans l'intervalle $]0{,}05\,;0{,}06[$.

5. Construis la droite (T) et la Courbe (C) dans le repère orthonormé (O, I, J).

Partie C

On considère la fonction F définie sur $]0\,;+\infty[$, par : $F(x) = -\dfrac{x^2}{2} + 2x + x\ln(x)$.

1. Justifie que F est une primitive de f sur $]0\,;+\infty[$.

2. Calcule en cm², l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \dfrac{9}{2}$. Donne le résultat arrondi à l'ordre 2.