*R. C. I. - M. E. N * Direction des Examens et Concours * R. C. I. - M. E. N*

BACCALAURÉAT
SESSION 2016

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra une feuille annexe à rendre avec la copie.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

EXERCICE 1

On considère la fonction polynôme P définie par :

$$P(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2.$$

1- Vérifier que : $P(x) = (x + 2)(2x^2 - 3x + 1)$.

2- *a)* Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - 3x + 1 = 0$.
b) En déduire tous les zéros du polynôme P.

3- Utiliser la question 2 pour résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2e^{3x} + e^{2x} - 5e^{x} + 2 = 0$.

EXERCICE 2

Dans le cadre de la réconciliation nationale, une rencontre regroupe :

- 10 représentants des chefs coutumiers ;
- 4 représentants des chefs religieux ;
- 6 membres de la société civile.

Avant le début des travaux, on choisit au hasard un bureau de séance. Ce bureau comprend : un président, un secrétaire et un porte-parole.

On suppose que tous les participants ont la même chance de faire partie du bureau et qu'aucun membre du bureau ne peut occuper plus d'un poste.

1- Justifier que le nombre de bureaux possibles est égal à 6840.

Dans la suite de l'exercice, les résultats donnés seront arrondis au millième près.

2- Calculer la probabilité de l'évènement A : « Aucun représentant des chefs religieux ne fait partie du bureau ».

3- *a)* Soit l'évènement B : « Il y a exactement un représentant des chefs religieux dans le bureau ».
Démontrer que la probabilité de l'évènement B est égale à 0,421.

b) Soit l'évènement C : « Il y a exactement un représentant des chefs religieux dans le bureau et celui-ci occupe le poste de président ». Calculer la probabilité de C.

4- Soit X la variable aléatoire égale au nombre de représentants des chefs religieux dans le bureau.
a) Justifier que la probabilité de l'évènement « X = 3 » est égale à 0,004.
b) Déduire de ce qui précède, la loi de probabilité de X. On présentera le résultat dans un tableau.
c) Démontrer que l'espérance mathématique de X est égale à 0,601. Interpréter le résultat.

PROBLÈME

On considère la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-x+1}{2} + \ln x.$$

1- *a*) Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
b) On admet que, pour tout nombre réel x strictement positif, $f(x) = x\left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}\right)$.
Calculer la limite de f en $+\infty$.

2- *a*) Démontrer que, pour tout nombre réel x strictement positif,

$$f'(x) = \frac{-x+2}{2x}.$$

b) En déduire les variations de f.
c) Établir le tableau de variation de f.

3- *a*) Vérifier que : $f(1) = 0$.
b) Démontrer que l'équation : $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $]3{,}5\ ;\ 4[$.
On note α cette solution.
c) Donner un encadrement de α par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.

4- Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) d'unités : OI = 2 *cm* ; OJ = 5 *cm*.
On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f.
Sur la feuille en annexe, est tracée la droite (Δ) tangente à la courbe au point d'abscisse $x = e$.
Utiliser le tableau de valeurs ci-dessous pour tracer $(\mathscr{C})$ sur $[0{,}25\ ;\ 8]$. On prendra $\alpha = 3{,}5$.

x	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	−1,0	− 0,4	0	0,2	0,1	− 0,1	− 0,4	− 0,7	− 1,1	− 1,4

5- *a*) Justifier que la fonction F définie par : $F(x) = \frac{-x^2}{4} - \frac{1}{2}x + x\ln x$ est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.
b) Calculer en fonction de e, l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe (OI) et les droites d'équations respectives $x = 1$, $x = e$.
c) En prenant $e = 2{,}7$. Justifier que $\mathcal{A} = 2{,}775\ cm^2$.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Anonymat