*R. C. I. - M. E. N. Direction des Examens et Concours * Direction des Examens et Concours * R. C. I. - M. E. N.*

BACCALAUREAT **Coefficient : 3**
SESSION 2010 **Durée : 3 h**

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 3x - 4 = 0$.

2. On donne $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$.
   a) Vérifier que $P(x) = (2x - 1)(x^2 - 3x - 4)$.
   b) Vérifier que les solutions de l'équation $P(x) = 0$ sont : -1, $\frac{1}{2}$ et 4.
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :
   $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 5\ln x + 4 = 0$.

3. *a*) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) < 0$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :
   $2e^{3x} - 7e^{2x} - 5\,e^{x} + 4 < 0$.

EXERCICE 2

On considère la suite (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = 2U_n - 1, \text{ pour tout entier naturel } n. \end{cases}$$

1. *a*) Calculer U_1.
   b) Vérifier que $U_2 = 3$.

2. On donne la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 1$ pour tout entier naturel n.
   a) Calculer V_0 , V_1 et V_2.
   b) Démontrer que V_n est une suite géométrique de raison 2.
   c) Pour tout entier naturel n, justifier que $V_n = 2^{n-1}$.

3. Justifier que pour tout entier naturel n, $U_n = 1 + 2^{n-1}$.

4. Déterminer le plus petit entier naturel n pour que $U_n > 1\ 000\ 000$.

Tournez la page S.V.P.

PROBLÈME

Partie A

On donne dans $\mathbb{R}$ le polynôme $Q(x) = -x^2 + 2x$.

1. Calculer Q(0) et Q(2).

2. Justifier que :
   – pour tout nombre réel x élément de $]-\infty\ ; 0[\cup]2\ ; +\infty[$, $Q(x) < 0$;
   – pour tout nombre réel x élément de $]0\ ; 2[$, $Q(x) > 0$.

Partie B

On donne la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-x^2 + 5x - 5}{x - 1}$.

$(\mathscr{C})$ désigne sa représentation graphique dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est le centimètre.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f.

2. *a*) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   b) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$.

   c) Justifier que la droite (Δ) d'équation $x = 1$ est une asymptote à $(\mathscr{C})$.

3. *a*) Justifier que pour tout nombre réel x élément de $\mathbb{R} - \{1\}$, $f(x) = -x + 4 - \dfrac{1}{x - 1}$.

   b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 4$ est une asymptote à $(\mathscr{C})$ en $-\infty$ et en $+\infty$.

   c) Vérifier que $(\mathscr{C})$ est au-dessus de (D) sur $]-\infty\ ; 1[$ et en-dessous de (D) sur $]1\ ; +\infty[$.

4. *a*) Démontrer que pour tout nombre x élément de $\mathbb{R}-\{1\}$, $f'(x) = \dfrac{Q(x)}{(x-1)^2}$.

   b) Déduire de la partie A, le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x.

5. Dresser le tableau de variation de f sur Df.

6. Construire (Δ), (D) et $(\mathscr{C})$ dans le plan muni du repère (O, I, J).

7. Démontrer que le point de coordonnées (1 ; 3) est un centre de symétrie de la courbe $(\mathscr{C})$.

Partie C

On considère les fonctions H et h dérivables sur $]1\ ; +\infty[$ et définies par :

$H(x) = -2 + \ln(x - 1)$ et $h(x) = \dfrac{1}{x - 1}$.

1. Vérifier que H est une primitive de h sur $]1\ ; +\infty[$.

2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{2} \left(-x + 4 - \frac{1}{x - 1}\right) dx$.

3. En déduire l'aire $\mathscr{A}$ en cm² de la partie du plan limitée par (OI) ; $(\mathscr{C})$ et les droites d'équations $x = \dfrac{3}{2}$ et $x = 2$.