

BACCALAUREAT
SESSION 2009

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

*Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.*

EXERCICE 1

Dans un de ses bassins piscicoles, Monsieur Koné dispose pour la vente de :

- 7 machoirons à 700 F l'unité ;
- 8 carpes à 500 F l'unité ;
- 5 silures à 400 F l'unité.

Une cliente, M^{me} Irié, veut lui acheter 3 poissons. Monsieur Koné impose que les poissons soient pêchés au hasard dans le bassin et que la cliente emporte, sans discussion, le colis composé des trois poissons obtenus. Chaque poisson du bassin a la même chance d'être pêché.

Partie A

- 1/ Vérifier que le nombre de colis possibles que Monsieur Koné peut présenter à sa cliente est 1140.
- 2/ a) Calculer la probabilité pour que le colis soit composé de poissons de trois espèces différentes.
b) Calculer la probabilité pour que le colis soit composé de poissons de la même espèce.
c) Calculer la probabilité pour qu'il y ait au moins un machoiron dans le colis.

Les résultats seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible. Puis on calculera leur arrondi d'ordre 2.

Partie B

Soit X la variable aléatoire égale au montant à payer par M^{me} Irié.

- 1/ Déterminer les différentes compositions du colis lorsque X est égal à 1500 F.
- 2/ Justifier que les valeurs prises par X sont : 1200 F ; 1300 F ; 1400 F ; 1500 F ; 1600 F ; 1700 F ; 2100 F ; 1800 F ; 1900 F.
- 3/ Recopier et compléter le tableau suivant :

x_i	1200	1300 F	1400 F	1500 F	1600 F	1700 F	1800 F	1900 F	2100 F
$P(X = x_i)$		$\frac{80}{1140}$	$\frac{140}{1140}$		$\frac{280}{1140}$		$\frac{105}{1140}$	$\frac{168}{1140}$	$\frac{35}{1140}$

- 4/ Calculer le prix moyen d'un colis de poisson.

EXERCICE 2

Aka souhaite offrir une voiture à son épouse. Il se rend chez un concessionnaire de véhicules d'occasion qui lui propose de choisir parmi deux formules d'achat à crédit. Les tableaux ci-dessous présentent les différentes formules de paiement.

Formule 1	
Versement initial	2 750 000 F CFA à la fin du 1 ^{er} mois
Versement mensuel (à la fin du n ^{ième} mois)	Le cinquième de la somme versée le mois précédent.
Durée du contrat	5 mois

Formule 2	
Versement initial	600 000 F CFA à la fin du 1 ^{er} mois
Versement mensuel (à la fin du n ^{ième} mois)	Versement précédent diminué de 45 000 F CFA
Durée du contrat	12 mois

Pour chaque formule, on s'intéresse au prix qu'Aka devra payer pour la voiture.

Partie A

On désigne par a_n le montant du versement en F CFA effectué par Aka à la fin du n^{ième} mois pour la formule 1.

- 1) Justifier que (a_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- 2) En déduire l'expression de a_n en fonction de n.
- 3) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5	Total
a_n						

4) Donner le prix de la voiture pour la formule 1.

Partie B

On désigne par b_n le montant du versement en F CFA effectué par Aka à la fin du n^{ième} mois pour la formule 2.

- 1) Justifier que $b_3 = 510\,000$.
- 2) a) Démontrer que (b_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
b) Exprimer b_n en fonction de n et calculer b_{12} .
- 3) Calculer le prix de la voiture pour la formule 2.
- 4) La voiture ne sera livrée à Aka qu'à la fin du contrat. Si vous étiez à la place d'Aka, quelle formule choisiriez-vous ?
En quelques lignes, argumentez votre choix.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J) . On prendra $OI = 2$ cm et $OJ = 1$ cm.
On considère la fonction g dérivable et définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -2x - 3 + e^x$.
On désigne par (\mathcal{C}) la représentation graphique de g dans le repère (O, I, J) .

Partie A

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (on pourra écrire que $g(x) = x \left(-2 - \frac{3}{x} + \frac{e^x}{x} \right)$).
- 2) a) Calculer $g'(x)$.
b) Justifier que g est strictement décroissante sur $]-\infty ; \ln 2]$ et strictement croissante sur $[\ln 2 ; +\infty[$.
c) Dresser le tableau de variation de g .
- 3) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions sur \mathbb{R} .
On notera α et β ces solutions ($\alpha < \beta$).
b) Justifier que $1,9 < \beta < 2$.
c) Etudier le signe de g suivant les valeurs de x .
On prendra $\alpha = -1,35$ et $\beta = 1,95$.
- 4) a) Justifier que la droite (D) d'équation $y = -2x - 3$ est une asymptote à (\mathcal{C}) en $-\infty$.
b) Etudier les positions relatives de (D) et (\mathcal{C}) .
- 5) a) Recopier et compléter le tableau des valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	2	3
Arrondi d'ordre 1 de $g(x)$				

- b) Tracer (D) .
- c) Construire (\mathcal{C}) sur l'intervalle $[-3 ; 3]$.
On prendra $\ln 2 = 0,69$.

Partie B

- 1) a) Déterminer une primitive G de g sur \mathbb{R} .
b) Calculer $I = \int_2^3 g(x) dx$.
- 2) a) Hachurer la région du plan délimitée par (\mathcal{C}) , (OI) et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 3$.
b) Vérifier que l'arrondi d'ordre 2 de l'aire \mathcal{A} en cm^2 de la partie hachurée est égale à $9,39 \text{ cm}^2$.