*Direction des Examens et Concours * Direction des Examens et Concours * Direction des Examens et Concours*

BACCALAUREAT
SESSION 2006

Coefficient : 3
Durée : 3 h

MATHEMATIQUES

SÉRIE : A1

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

Séri et Awa jouent à deviner une suite de nombres.

Séri : « Voici les quatre premiers termes d'une suite : 2 ; 3 ; 5 ; 9. Devine, Awa, le sixième terme de la suite.»

Awa : « 33, et si tu veux, je peux te dire quel est le cinquième. »

Séri : « Comment as-tu deviné ? »

Awa : « C'est un nombre mystique, alors je me suis laissée inspirer ! »

Séri : « Si le mysticisme est ta spécialité, devine-moi le treizième terme de la suite et calcule-moi la somme des treize premiers termes de cette suite.»

Awa : « Là, tu as gagné, montre-moi comment faire.»

Réponds pour Awa aux questions suivantes posées par Séri.

1- Pose : $U_1 = 2$; $U_2 = 3$; $U_3 = 5$; $U_4 = 9$.

a) Vérifie que :
$U_2 = 2U_1 - 1$;
$U_3 = 2U_2 - 1$;
$U_4 = 2U_3 - 1$.

b) En supposant que ce principe itératif se poursuit pour tous les autres termes, calcule le cinquième et le sixième terme de la suite.

2- Considère la suite (U_n) définie par :
$U_1 = 2$ et pour tout entier naturel non nul n, $U_{n+1} = 2U_n-1$.
A l'aide de cette suite, tu peux calculer les termes de proche en proche jusqu'au treizième.

Mais pour y arriver plus rapidement, considère une deuxième suite (V_n) définie par :
$V_n = U_n-1$ pour tout entier naturel non nul n.

a) Démontre que (V_n) est une suite géométrique de raison 2.

b) Exprime V_n en fonction de n, ($n \in \mathbb{N}^*$).

c) Justifie que, pour tout entier naturel non nul n, $U_n = 2^{n-1} + 1$.

d) Calcule le treizième terme de la suite (U_n).

3-

a) Pose, pour tout entier naturel non nul n, $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$.
Exprime S_n en fonction de n.

b) Pose, pour tout entier naturel non nul n, $T_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$
Justifie que, pour tout entier naturel non nul n, $T_n = S_n + n$.

c) Déduis-en que, pour tout entier naturel non nul n, $T_n = 2^n + n - 1$.

d) Calcule la somme des treize premiers termes de la suite (U_n).

EXERCICE 2

Dans un sac il y a 9 tee-shirts distincts et indiscernables au toucher :

2 sont de couleur orange ;
3 sont de couleur blanche ;
4 sont de couleur verte ;

Pour s'habiller, trois amies, Affoué, Amy et Zika choisissent au hasard un tee-shirt chacune dans le sac. *Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.*

1- Justifier qu'il y a 504 façons différentes pour les jeunes filles de choisir chacune un tee-shirt.

2- Soit A l'événement : « Les trois filles choisissent des tee-shirts de la même couleur ».
Démontrer que la probabilité de l'événement A est égale à $\frac{5}{84}$.

3- Soit B l'événement : « Les jeunes filles choisissent des tee-shirts de trois couleurs différentes ».
Démontrer que la probabilité de l'événement B est égale à $\frac{2}{7}$.

4- Soit C l'événement : « Exactement deux des trois tee-shirts choisis sont de la même couleur ».

a) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.

b) En déduire la probabilité de l'événement C.

5- Soit D l'événement : « Un seul des trois tee-shirts choisis est blanc ».
Démontrer que la probabilité de D est égale à $\frac{15}{28}$.

6- Un tee-shirt blanc coûte 1000 Francs. Un tee-shirt orange ou vert coûte 1500 francs. X est la variable aléatoire égale au montant total à payer pour les 3 tee-shirts choisis par les jeunes filles.

a) Vérifier que X = 4000 lorsqu'un seul des trois tee-shirts choisis est blanc.

b) Calculer la valeur prise par X lorsque exactement deux tee-shirts sur les trois choisis sont blancs.

c) Démontrer que l'ensemble des valeurs prises par X est {3000 ; 3500 ; 4000 ; 4500}.

7- a) Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X.

k	3000	3500	4000	4500
P(X = k)		$\frac{3}{14}$		

b) Démontrer que l'espérance mathématique de X est égale à 4000.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ).

On considère la fonction numérique f, dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = 1+x+e^x$.
(C) est la représentation graphique de f dans le repère (O, I, J).

Partie A

1- a) Calculer la limite de f en $+\infty$.

b) Calculer la limite de f en $-\infty$.

2- a) Calculer la limite de $[f(x) - (1+x)]$ lorsque x tend vers $-\infty$.

b) Donner une interprétation graphique de cette limite.

3- a) Calculer la dérivée de f.

b) Démontrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

Partie B

Dans ce tableau, on donne les arrondis d'ordre 2 de f(x).

x	-4	-3	-2	-1,3	-1,2	-1	0,5	1	1,5	2
f(x)	−2,98	−1,95	−0,86	−0,03	0,10	0,37	3,15	4,72	6,98	10,39

1- a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.

b) Vérifier que α est compris entre −1,3 et −1,2.

2- Dans le repère (O,I,J) :

a) tracer la droite (D) d'équation $y = x + 1$;

b) démontrer que la courbe (C) est au-dessus de la droite (D) ;

c) tracer la courbe (C) dans l'intervalle [- 4 ; 2].

3- Soit A la partie du plan délimitée par la droite (D), la courbe (C) et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.

a) Hachurer A.

b) Calculer l'aire de A en cm^2.