BACCALAUREAT

DEUXIEME SESSION 2006

Durée : 3 h

Coefficient : 3

MATHEMATIQUES

SERIE : A 1

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 , 2/3 et 3/3
La feuille annexe est à rendre avec la copie.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

Roland et Guy jouent avec deux dés bien équilibrés. L'un des dés est rouge, l'autre est blanc. Les deux dés comportent six faces portant les mêmes numéros qui sont : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9.
Le jeu consiste à lancer les deux dés et à noter le couple de numéros affichés sur la face supérieure des dés.

1. Calculer la probabilité de l'événement A : «les deux dés affichent le même numéro».
2. Calculer la probabilité de l'événement B : «la somme des numéros obtenus est égale à 4».
3. a) Dresser dans un tableau à double entrée toutes les valeurs possibles que l'on peut obtenir en additionnant les numéros affichés sur les deux dés.
   b) Justifier que la probabilité d'obtenir une somme impaire en additionnant les numéros affichés sur les dés est égale à $\frac{5}{18}$.
   c) En déduire la probabilité d'obtenir une somme paire.
4. Les deux amis décident de la règle suivante :
   Guy gagne le jeu si la somme des numéros affichés est paire et Roland gagne dans le cas contraire. Après quelques parties, Roland constate que Guy gagne plus souvent que lui. Expliquer pourquoi ?
5. Pour poursuivre le jeu, les deux amis conviennent de changer la règle.
   Roland gagne si la somme des numéros est supérieure à 9. Guy gagne si la somme est inférieure à 9.
   a) Calculer la probabilité pour que Roland gagne.
   b) Les deux amis ont-ils maintenant les mêmes chances de gagner à ce jeu ?

EXERCICE 2

On considère le polynôme P défini par :

$$P(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4.$$

1. Factoriser sous la forme de produit de polynôme du premier degré, les expressions ci-dessous :
   a) $u(x) = x^3 - x$;
   b) $v(x) = -4x^2 + 4$.
2. En déduire que 1, – 1 et 4 sont les seules zéros de P(x).
3. En utilisant les zéros de P(x), résoudre l'équation $x \in \mathbb{R},\ -4(\ln x)^2 - \ln x + 4 = 0$.
4. Le plan est muni d'un repère, (C) est la courbe de la fonction f définie par : $f(x) = x^2 + \frac{4}{x}$. (D) est la droite d'équation $y = 4x + 1$.
   Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C) et de la droite (D).

EXERCICE 3

Sur le graphique donné en annexe , (C) est la courbe de la fonction f définie sur]0 ; + ∞[par $f(x) = 3 - x + \ln x$.
La droite (D) d'équation : y = 2 est la tangente au point d'abscisse 1.

(T) est la tangente à (C) au point d'abscisse $\frac{1}{2}$. Cette droite passe par les points $A(\frac{1}{2} ; \frac{5}{2} - \ln 2)$ et $B(2 ; 4 - \ln 2)$.

La droite d'équation x = 0 est une asymptote verticale à la courbe de f.
Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm sur les axes.

Partie A

Dans cette partie, les réponses sont données a partir de la lecture du graphique. Aucune justification n'est demandée.

1. Préciser la limite de f en 0.
2. Calculer la valeur du coefficient directeur de la droite (T).
3. Préciser le signe de la fonction dérivée f ' de f sur les intervalles $]0, \frac{1}{2}]$ et [2, 5].
4. Donner la valeur de x pour laquelle f atteint son maximum. Préciser ce maximum.
5. Déterminer le nombre de solutions de l'équation f(x) = 0.

Partie B

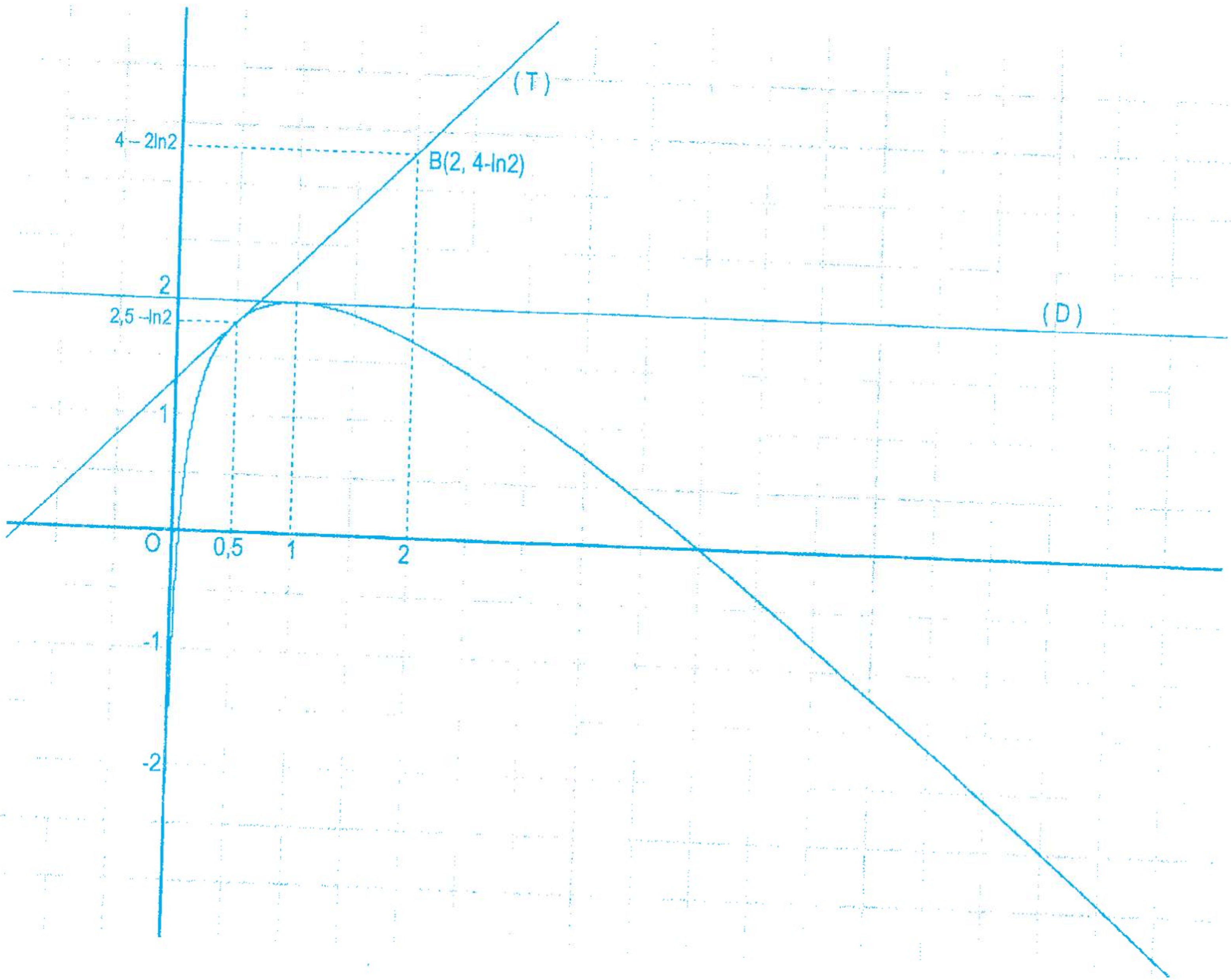
Dans cette partie, on justifie les résultats trouvés dans la partie A.

1. Calculer la limite de f en 0.
2. Calculer f '(x) pour tout nombre réel x appartenant à]0 ; + ∞[.
3. a) Calculer $f'(\frac{1}{2})$.
   b) Ecrire une équation de la droite (T).
4. a) Justifier que f est strictement décroissante sur l'intervalle]1 ; + ∞[.
   b) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle]0 ; 5].
5. Justifier que pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle]0 ; + ∞[, $f(x) \leqslant 2$.
6. a) Justifier que l'équation f(x) = 0 admet une solution α comprise entre 4 et 5.
   b) Dans le tableau ci-dessous, on donne les signes des valeurs de f(x) entre 4,50 et 4,51.
   A l'aide de ce tableau, donner l'arrondi de α au centième près.

x	4,500	4,501	4,502	4,503	4,504	4,505	4,506	4,507	4,508	4,509	4,51
Signe de f(x)	+	+	+	+	+	+	–	–	–	–	–

Partie C

1. Tracer sur le graphique la droite (D') d'équation y = 3 – x.
2. Etudier la position de (C) par rapport à (D').
3. Hachurer la partie du plan dont l'aire correspond à l'intervalle $I = \int_1^3 \ln x dx$.
4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle]0 ; + ∞[par : $g(x) = -x + x \ln x$.
   a) Calculer g '(x) sur l'intervalle]0 ; + ∞[.
   b) Calculer l'intégrale I.



ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE