Niveau 2^{nde} C

Discipline :

PHYSIQUE-CHIMIE

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

THÈME 1 : MÉCANIQUE

TITRE DE LA LEÇON : QUANTITÉ DE MOUVEMENT

I. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Une élève en classe de 2^{nde} C au Lycée Moderne de Sakassou assiste à une partie de jeu de billes. Elle constate que quand une petite bille frappe de plein fouet une grosse bille immobile, cette dernière reste immobile ou se déplace faiblement, tandis que la petite bille recule nettement. Elle partage ces observations avec ses camarades de classe. L'un d'eux demande ce qui se passerait si ces deux billes étaient lancées l'une vers l'autre. Afin de répondre à cette question et expliquer les observations faites par leur camarade, les élèves décident avec l'aide de leur professeur, de définir le vecteur-quantité de mouvement, de connaître ses caractéristiques et enfin d'appliquer la conservation de la quantité de mouvement.

II. CONTENU DE LA LEÇON

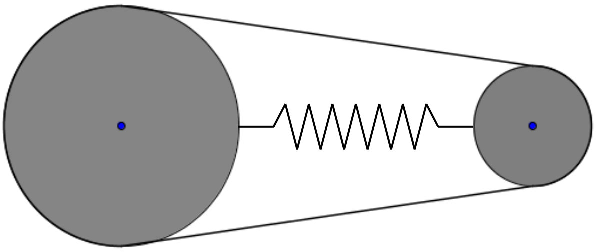
1-LE VECTEUR QUANTITE DE MOUVEMENT

1.1-Experience et observations

Sur une table à coussin d'air horizontal, on dispose de 2 solides autoporteurs

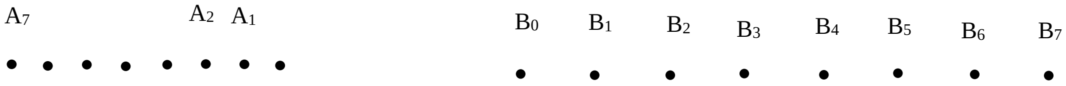
S_1 et S_2de centres d'inertie respectifs A et B, reliés par 2 fils et un ressort (voir figure).

m_2= 2 m_1



Brûlons les 2 fils d'attache. Le ressort se détend en repoussant les 2 solides.

A intervalle de temps régulier τ l'enregistrement des positions des solides (S_1) et (S_2) est réalisé (voir doc).



1.2- Exploitation du document 1

Les deux solides sont **pseudo –isolés.**

Ils sont animés **d'un mouvement rectiligne uniforme** (principe de l'inertie)

$$\overrightarrow{V_{G_1}} = \frac{\overrightarrow{A_oA_2}}{2\tau}, \qquad \overrightarrow{V_{G_2}} = \frac{\overrightarrow{B_1B_3}}{2\tau}$$

$$\frac{V_{G_1}}{V_{G_2}} = \frac{A_0A_2}{B_1B_3} = 0,5 \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} = 0,5 \Rightarrow \frac{V_{G_1}}{V_{G_2}} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_1V_{G_1} = m_2V_{G_2} \Rightarrow m_1\overrightarrow{V_{G_1}} = -m_2\overrightarrow{V_{G_2}}$$

Posons : $\mathbf{\vec{p} = m\vec{V}}$

$\vec{p}$est appelé **vecteur quantité de mouvement**

1.3- Définition

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d’un solide est égal au produit du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_G}$ de son centre d’inertie par sa masse m.

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{V}}$$

- **Caractéristiques de $\vec{p}$**

  $\vec{p}$et$\overrightarrow{V_G}$ ont le même point d’application, la même direction et le même sens.

  Sa norme est :

$$\boxed{\underset{\text{kg.m.s}^{-1}}{\mathbf{p}} = \underset{\text{kg}}{\mathbf{m}}\underset{\text{m.s}^{-1}}{V_G}}$$

Remarque

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ comme le vecteur vitesse $\vec{V}$, se définit par rapport à un repère d’espace.

Activité d’application

Calcule la quantité de mouvement.

a) d’une automobile de masse m = 900 kg lancée à la vitesse V = 108 km.h^{-1}

b) d’un proton de masse m = 1,67.10^{-27} kg se déplaçant à la vitesse v = 2.10^{6} m/s

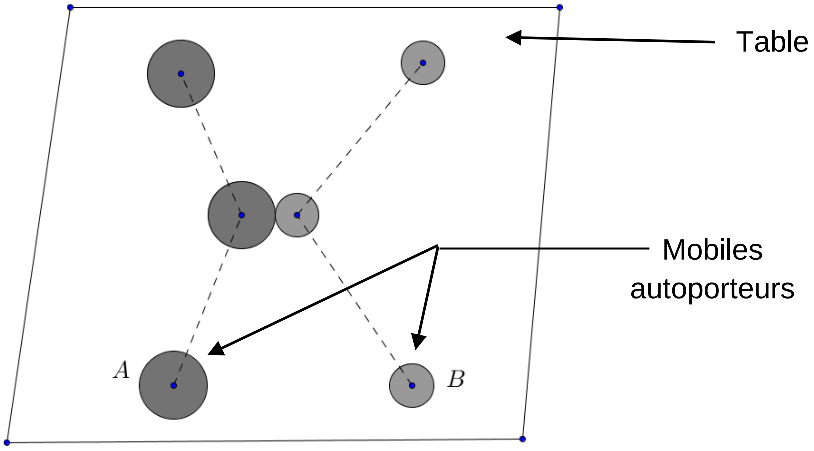
Solution :

a. P = m.v = 900 x 108000/3600 = 27.10^{3}kg. m.s^{-1}

b. P = m.v = 1,67.10^{-27} x 2.10^{6} = 3,34.10^{-21}kg .m.s^{-1}

2 -VECTEUR QUANTITE DE MOUVEMENT D'UN SYSTEME DE 2 SOLIDES

2.1- Expérience et observations



Etude d'un choc

On obtient l'enregistrement du document 2

2.2- Exploitation du document 2

Déterminons les positions du centre d'inertie G du système $\{A + B\}$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_A\overrightarrow{OA} + m_B\overrightarrow{OB}}{m_A + m_B}$$

$$O \equiv A \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{m_B}{m_A + m_B}\overrightarrow{AB}$$

$$\frac{m_B}{m_A + m_B} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

D'où les positions du centre d'inertie G (voir doc2)

	Avant le choc (t_3)			Après le choc (t_9)		
Système	v	p	L(p)	v'	p'	L (p')
A (100g)	0,312m/s	0,0312 SI	3,12 cm	0,212m/s	0.0212 SI	2,12 cm
B (50g)	0,362m/s	0,0181 SI	1,81 cm	0,275m/s	0,0137 SI	1,37 cm
A+B(150g)	0,237m/s	0,0355 SI	3,55 cm	0,237m/s	0,0355 SI	3,55 cm

On constate que : Avant ou après le choc, on a :

Système	$\vec{p}$ avant le choc	$\vec{p}$ après le choc
Solide A	0,0312 kg.m/s	0,0212 kg.m/s
Solide B	0,0181 kg.m/s	0,0137 kg.m/s
Système (solide A + solide B)	0,0355 kg.m/s	0,0355 kg.m/s

$$\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B \Rightarrow (m_A + m_B)\vec{V}_G = m_A\vec{V}_A + m_B\vec{V}_B$$

2.3- Conclusion

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un système de deux solides est égale à la somme des vecteurs quantité de mouvement de chaque solide

$$\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 \Rightarrow (\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2)\vec{\mathbf{V}}_G = \mathbf{m}_1\vec{\mathbf{V}}_{G_1} + \mathbf{m}_2\vec{\mathbf{V}}_{G_2}$$

3- CONSERVATION DU VECTEUR QUANTITE DE MOUVEMENT

3.1- Exploitation du document 3

Le mouvement du système (A+B) est rectiligne uniforme par conséquent ce système est pseudo-isolé.

En plus on constate que : $\vec{p} = \vec{p'}$: Sa quantité de mouvement se conserve.

3.2- Conclusion

La quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé, déformable se conserve.

NB : la conservation de la quantité de mouvement est une expression du principe d'inertie.

Activité d'application : Recul d'une arme à feu

Un canon de masse M = 1 tonne éjecte un boulet de masse m = 10 kg à la vitesse

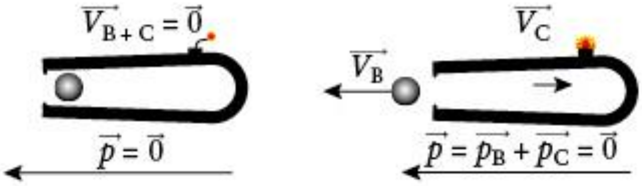
V = 1 000 m·s^{-1}

1- Dis ce que l'on observe.
2- Calcule la vitesse de recul du canon.

Corrigé

1 On observe que le canon recule dans le sens opposé à celui de l’éjection du boulet.

2 On peut faire un schéma, avant le tir et après le tir.



Le système {*boulet* + *canon*} est au repos avant le tir, donc la quantité de mouvement du système est nulle : $\vec{p} = (m + M)\vec{0} = \vec{0}$.

La quantité de mouvement est conservée car le système est isolé (le poids est compensé par la réaction du sol) :

$$\vec{p} = (m + M)\vec{0} = m\vec{v}_B + m\vec{v}_C.$$

Après le tir, la quantité de mouvement du système {*boulet* + *canon*} reste nulle. En projetant le vecteurquantité de mouvement sur un axe horizontal orienté vers la gauche du dessin, il vient :

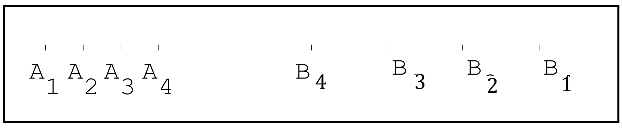
$$(m + M') \times 0 = 0 = mv_B - Mv_C.$$

D’où et ; $mv_B = Mv_C$ $\quad v_C = v_B \frac{m}{M}$

$$v_C = 1\,000 \times \frac{10}{1\,000} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

SITUATION D'ÉVALUATION

A l'occasion du cinquantenaire d'un Lycée, le conseil d'enseignement de physique-chimie organise un concours afin de primer les trois meilleurs élèves.L'enregistrement ci-dessous du mouvement dedeux mobiles autoporteurs identiques A et B est à cet effet soumis aux candidats.



Les différentes positions des mobiles sont enregistrées sur une table à coussin d'air, à intervalles de temps réguliers τ = 40 ms.
Il est demandé aux candidats de représenter les vecteurs quantités de mouvement des mobiles après le choc. Le choc étant mou.
Tu es candidat et tu veux être primé.

1-Définis le vecteur – quantité de mouvement d'un solide.
2-Détermine avant la collision:
  2-1-la nature du mouvement de chaque mobile;
  2-2-la vitesse de chaque mobile aux points A_2 et B_2;
  2-3-la valeur du vecteur - quantité de mouvement de chaque mobile ;
2-4-la quantité de mouvement du système formé par les deux mobiles.
3-Détermine la vitesse du centre d'inertie de l'ensemble après le choc.
4-Représente à une échelle convenable :
  4-1-le vecteur - quantité de mouvement de A avant la collision ;
4-2-le vecteur-vitesse du système formé par les deux mobiles après la collision.

Corrigé

1. Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un solide est égal au produit du vecteur vitesse $\overrightarrow{V_G}$ de son centre d'inertie par sa masse m.

2
2.1 Nature du mouvement
- Solide A : distance entre les points $A_1A_2 = A_2A_3 = 0{,}5\ cm$: mouvement rectiligne et uniforme
- Solide B : distance entre les points $B_1B_2 = B_2B_3 = 1\ cm$: mouvement rectiligne et uniforme.

2.2 Calcul de vitesses

$$v_A = \frac{A_1A_3}{2\tau} = \frac{1.10^{-2}}{2 \times 40^{-3}} = 0{,}125 m/s$$

$$v_B = \frac{B_1B_3}{2\tau} = \frac{2.10^{-2}}{2 \times 40^{-3}} = 0{,}25 m/s$$

2.3 Valeur de $\overrightarrow{P_A}$ et $\overrightarrow{P_B}$

$$\mathrm{P_A} = mv_A = 0{,}61 \times 0{,}125$$
$$\mathrm{P_A} = 0{,}076 kg.m.s^{-1}$$

$$P_B = mv_B = 0{,}61 \times 0{,}25$$
$$P_A = 0{,}1525\ kg.m.s^{-1}$$

2.4Avant le choc
$\vec{\mathrm{P}} = \vec{\mathrm{P}}_\mathrm{A} + \vec{\mathrm{P}}_\mathrm{B} = \mathrm{m}(\vec{v}_A + \vec{v}_B)$

$$P \quad = m(v_B - v_A)$$

P=0,61(0,25 - 0,125)
P=0,076kg.m/s

3. Après le choc

$$\vec{P'} = 2m\vec{v}_G$$

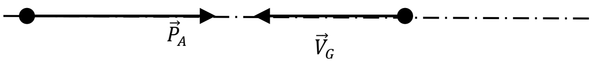
Conservation

$$\vec{P} = \vec{P'}$$
$$2mv_G = 0{,}076$$
$$v_G = \frac{0{,}076}{2m} = \frac{0{,}076}{2 \times 0{,}61}$$
$$v_G = 0{,}06m/s\mathrm{L}_{\vec{\mathrm{P}}} = 2cm$$

4.

4.1 et 4.2 : représentation

$$1cm \leftrightarrow 0{,}03kg.m.s^{-1}$$
$$L_{\vec{P}_A} = 2{,}53cm$$



III. EXERCICES

EXERCICE 1

Complète le texte ci-dessous par les mots ou expressions qui conviennent : ***une égalité ; avant et après le choc ; la loi de conservation ; sa valeur ; vecteur vitesse de son centre d'inertie ; sa masse ; le vecteur-quantité de mouvement ; les vecteurs-quantité de mouvement.***

La quantité de mouvement est une grandeur physique vectorielle comme la force et la vitesse. Le vecteur-quantité de mouvement d'un solide se détermine eneffectuant le produit de ……….. par le …………. et exprimée en kg.m.s^{-1}.

Pour un système de deux solides en mouvement, ……………………………….. du système constitué par les deux solides se détermine par la somme vectorielle de leurs vecteurs-quantité de mouvement. Ainsi, pour un système isolé constitué de deux solides qui se heurtent au cours du mouvement, il est possible d'établir ………………… entre ………………. du système ………………… Cette relation estconnue sous le nom de ……………………. du vecteur-quantité de mouvement.

Solution

La quantité de mouvement est une grandeur physique vectorielle comme la force et la vitesse. Le vecteur-quantité de mouvement d'un solide se détermine eneffectuant le produit de***sa masse*** par le***vecteur vitesse de son centre d'inertie*** et exprimée en kg.m.s^{-1}.

Pour un système de deux solides en mouvement,***le vecteur-quantité de mouvement***du système constitué par les deux solides se détermine par la somme vectorielle de leurs vecteurs-quantité de mouvement. Ainsi, pour un système isolé constitué de deux solides qui se heurtent au cours du mouvement, il est possible d'établir***une égalité*** entre ***les vecteurs-quantité de mouvement***du système***avant et après le choc***. Cette relation estconnue sous le nom de ***la loi de conservation*** du vecteur-quantité de mouvement.

EXERCICE 2

Pour chacune des propositions suivantes :

Une locomotive de 40.000 kg roulant à 36 km/h heurte un wagon immobile de 20.000 kg

1-La quantité de mouvement de la locomotive avant le choc est :

a-4.10^{5}kg.m/s

b-1,44.10^{6}kg.m/s

c-7,2.10^{4}kg.m/s

2-La quantité de mouvement du wagon avant le choc est :

a-2.10^5kg.m/s

b-4.10^5kg.m/s

c-0 kg.m/s

3-La quantité de mouvement de la locomotive et du wagon avant le choc est :

a-$1{,}44.10^6$kg.m/s

b-4.10^5kg.m/s

c-0 kg.m/s

4-La vitesse du centre d'inertie de l'ensemble locomotive + wagnon après le choc est :

a-24 m/s

b-36 m/s

c-6,67 m/s

Ecris le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Corrigé

1-a ; 2-c ; 3-b ; 4-c

EXERCICE 3

Au cours de la kermesse organisée par le conseil scolaire de ton établissement, tu observes avec ton ami, deux patineurs de masses $m_1 = 50$ kg et $m_2 = 20$ kg. Initialement au repos, sur un sol lisse et horizontal, les deux patineurs se poussent mutuellement et se séparent. Après s'être séparés, les vitesses de leur centre d'inertie sont $v_1 = 2$ m.s^{-1} et v_2 .

Ton ami te propose de t'associer à lui pour calculer la vitesse v_2.

1-Enonce la loi de conservation du vecteur - quantité de mouvement.

2-Etablis la relation entre v_1 et v_2 .

3-Calcule v_2 .

4-Détermine, en considérant que les vitesses des patineurs sont constantes, la distance parcourue par chacun d'eux après

CORRIGE

deux patineurs $\boxed{1}\begin{cases} m_1 \\ v_1 = 2m/s \end{cases}\boxed{2}\begin{cases} m_2 \\ v_2 \end{cases}$

1. $\vec{P} = \vec{P}'$

2.m$\vec{v}_1$ + m$\vec{v}_2$ = $\vec{O}$

soit $\vec{v}_2 = -\frac{m_1}{m_2}\vec{v}_1$

3. $v_2 = \frac{m_1}{m_2}v_1$

$$v_2 = \frac{5}{2} \times 2$$
$$v_2 = 5m/s$$

4. distance

$$d_1 = v_1\Delta t = 2 \times 10$$
$$d_1 = 20m$$
$$d_2 = v_2\Delta t = 5 \times 10$$
$$d_2 = 50m$$

EXERCICE 4

Au cours de la kermesse organisée par le conseil scolaire de ton établissement, tu observes avec ton ami, deux patineurs de masses $m_1 = 50$ kg et $m_2 = 20$ kg. Initialement au repos, sur un sol lisse et horizontal, les deux patineurs se poussent mutuellement et se séparent. Après s'être séparés, les vitesses de leur centre d'inertie sont $v_1 = 2$ m.s^{-1} et v_2 .

Ton ami te propose de t'associer à lui pour calculer la vitesse v_2.

1-Enonce la loi de conservation du vecteur - quantité de mouvement.

2-Etablis la relation entre v_1 et v_2 .

3-Calcule v_2 .

4-Détermine, en considérant que les vitesses des patineurs sont constantes, la distance parcourue par chacun d'eux après

CORRIGE

deux patineurs $\boxed{1}\begin{cases} m_1 \\ v_1 = 2m/s \end{cases}\boxed{2}\begin{cases} m_2 \\ v_2 \end{cases}$

1. $\vec{P} = \vec{P}'$

2. $\Rightarrow 0 = \mathrm{m}\vec{v}_1 + \mathrm{m}\vec{v}_2$

soit $\vec{v}_2 = -\frac{\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_2}\vec{v}_1$

3. $v_2 = \frac{\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_2} v_1$

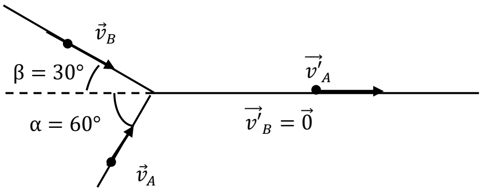
$$v_2 = \frac{5}{2} \times 2$$
$$v_2 = 5m/s$$

4.Distance

$$d_1 = v_1 \Delta t = 2 \times 10$$
$$d_1 = 20m$$
$$d_2 = v_2 \Delta t = 5 \times 10$$
$$d_2 = 50m$$

EXERCICE 5

Au cours d'une séance de travaux pratiques, votre professeur lance deux mobiles identiques A et B avec des vitesses respectives v_A= 0,8 m.s^{-1} et v_B, dans le plan horizontal, sur une table à coussin d'air. Le mouvement des centres d'inertie des mobiles est rectiligne et uniforme. Ils se heurtent à angle droit. Le mobile B reste immobile après le choc alors que A se déplace avec une vitesse v'_A.



Il vous est demandé de déterminer après le choc les vitesses v_B et v'_A.

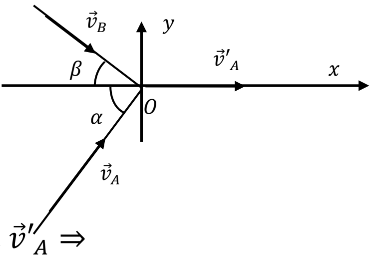
1-Enonce la loi de conservation du vecteur – quantité de mouvement.

2-Exprime le vecteur - quantité de mouvement de l'ensemble formé par les deux boules :

- 2-1-avant le choc ;
- 2-2-après le choc.

3-Détermine les valeurs des vitesses v_B et v'_A.

Corrigé



2-Avant le choc : $\vec{\mathrm{P}} = \vec{\mathrm{P}}_1 + \vec{\mathrm{P}}_2 = m\,\vec{v}_A + m\,\vec{v}_B$

-Après le choc : $\vec{\mathrm{P}}' = \vec{\mathrm{P}'}_1 + \vec{\mathrm{P}'}_2 = m\,\vec{v}'_A + m\,\vec{v}'_B = m\,\vec{v}'_A$

-Conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{\mathrm{P}} = \vec{\mathrm{P}}' \Rightarrow m\,\vec{v}_A + m\,\vec{v}_B = m\,\vec{v}'_A \Rightarrow$$
$$\vec{v}'_A = \vec{v}_A + \vec{v}_B$$

$\vec{v}'_A\binom{v'_A}{0}$

$$\vec{v}_a\begin{pmatrix} v_A \cos\alpha \\ v_A \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_B \begin{pmatrix} v_B \cos\beta \\ -\, v_B \sin\beta \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} v'_A = v_A \cos\alpha + v_B \cos\beta \quad (1) \\ \quad v_A \sin\alpha = v_B \sin\beta \quad (2) \end{cases}$$

$(2) \Longrightarrow v_B = \frac{v_A \sin\alpha}{\sin\beta}$; AN : $v_B = 1{,}38\, m/s$

$(1) \Longrightarrow v'_A = v_A \cos\alpha + v_B \cos\beta$; AN:$v'_A = 1{,}6\, m/s$

IV. DOCUMENTATION

En physique, la **quantité de mouvement** est la grandeur physique associée à la vitesse et la masse d'un objet. La quantité de mouvement d'un système fait partie, avec l'énergie, des valeurs qui se conservent lors des interactions entre éléments du système. Cette loi, d'abord empirique, a été expliquée par le théorème de Noether et est liée à la symétrie des équations de la physique par translation dans l'espace. Le terme anglais est *momentum*, et parfois on emploie le terme **moment** (ainsi le *4-moment* en mécanique relativiste).

1.1. Quantité de mouvement en mécanique classique

En mécanique classique, la quantité de mouvement d'un poont matériel de masse m animé d'une vitesse $\vec{v}$, est définie comme produit de la masse et de la vitesse :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

C'est donc, comme la vitesse, une grandeur vectorielle.

L'unité SI de la quantité de mouvement est le kg . m . s^{-1}.

Impulsion

La quantité de mouvement ne doit pas être confondue avec l'impulsion (faux-ami anglosaxon). Une impulsion **I** modifie la quantité de mouvement. Une impulsion est calculée comme étant l'intégrale de la force en fonction de la durée.

Quantité de mouvement d'un système : théorème du centre d'inertie

En mécanique classique, l'application des lois de Newton permet de démontrer le théorème du centre d'inertie qui apparaît comme la généralisation de la seconde loi de Newton pour un système quelconque (solide ou ensemble de points matériels, ensemble de solides) :

Si M désigne la masse totale du système et G son centre d'inertie, alors, la quantité de mouvement du système est : $\vec{P} = M\vec{V_G}$

$\vec{V_G}$ désignant donc la vitesse du centre d'inertie du système et *M* la masse totale du système.

Le théorème s'énonce alors ainsi : la variation de la quantité de mouvement du système est égale à la somme des forces *extérieures* s'exerçant sur le système : $\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F_{ext}}$

Cette relation est évidemment fondamentale : c'est elle qui permet d'étudier le mouvement d'un solide sans avoir besoin de connaître les forces de liaison interatomique ! On peut ainsi aussi bien étudier la chute d'une pomme que le mouvement de la lune autour de la Terre...

Un cas particulier important : si l'on imagine le choc de deux objets (ou particules) pour lequel les forces extérieures (au système constitué de ces 2 objets) est nulle (ou négligeable) alors la quantité de mouvement totale se conserve : elle est la même après le choc qu'avant le choc, et ce en dépit des interactions qui ont eu lieu pendant le choc. C'est d'ailleurs l'étude des chocs qui a conduit Descartes à penser qu'une certaine *quantité* du mouvement était nécessairement conservée...