Niveau 2^{nde}C

Discipline :

PHYSIQUE-CHIMIE

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

THÈME 1 : MÉCANIQUE

TITRE DE LA LEÇON : ÉQUILIBRE D'UN SOLIDE MOBILE AUTOUR D'UN AXE FIXE

I. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Pour décorer leur salle de classe, les élèves de la 2nde C_2 du lycée moderne Yopougon Andokoï désirent accrocher un tableau au mur en le maintenant dans une position inclinée grâce à un fil et posé sur un appui.

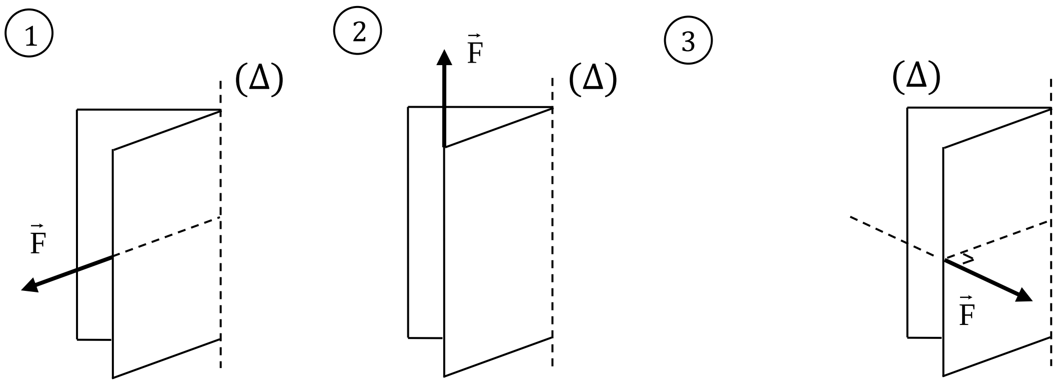
Pour s'assurer que le tableau ne tombera pas, ils décident sous la conduite de leur professeur, de connaitre et de déterminer le moment d'une force puis de connaitre et d'appliquer les conditions d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe.

II. CONTENU

1. Rotation d'un solide autour d'un axe fixe

1.1- Effet de rotation d'une force

1.1.1. Expériences et observations



Il n'y a pas de rotation

Il y a rotation

1.1.2. Conclusion

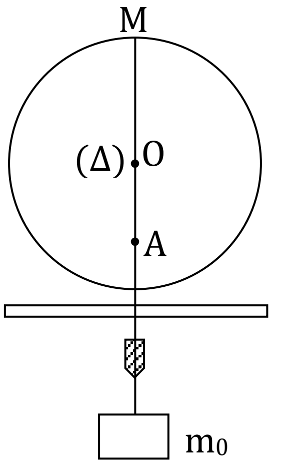
Une force a un effet de rotation sur un solide mobile autour d'un axe fixe si sa droite d'action :

- n'est pas parallèle à l'axe de rotation ;
- ne coupe pas l'axe de rotation.

1.2. Moment d'une force par rapport à un axe fixe

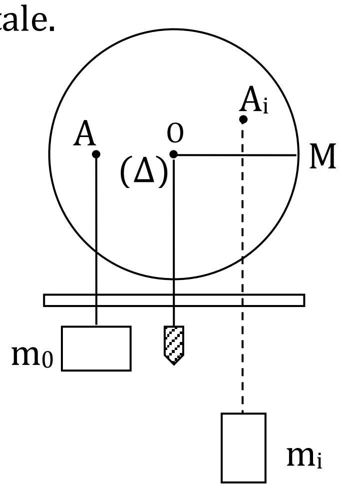
1.2.1. Expériences

- **Dispositif expérimental**



$m_0 = 600$ g
$OA = d_0 = 15$ cm

Exerçons différentes forces à différentes distances d de l'axe (Δ), par l'intermédiaire de masses marquées, de sortes à ramener le rayon OM à l'horizontale.



- **Tableau de mesure**

F (N)	$F_0 = 6$	$F_1 = 4{,}5$	$F_2 = 6$	$F_3 = 9$
d (m)	$d_0 = 0{,}15$	$d_1 = 0{,}20$	$d_2 = 0{,}15$	$d_3 = 0{,}10$
F × d (N.m)	**0,90**	**0,90**	**0,90**	**0,90**

- **Exploitation des résultats**

On obtient le même effet de rotation chaque fois que : $\mathbf{F_0 \times d_0 = F_i \times d_i}$.

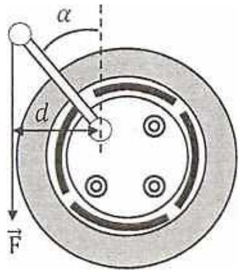
L'effet de rotation dépend donc à la fois de l'intensité **F** de la force exercée et de la distance **d** à l'axe de rotation. Cette distance d est appelée **bras de levier**.

1.2.2. Définition du moment d'une force

Le moment $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})$ par rapport à un axe fixe (Δ) d'une force $\vec{F}$ orthogonale à cet axe est égal au produit de l'intensité **F** de la force par la longueur **d** du bras de levier :

$$\underset{(\mathrm{N.m})}{\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})} = \underset{(\mathrm{N})}{\mathbf{F}} \times \underset{(\mathrm{m})}{\mathbf{d}}$$

Activité d'application



Pour débloquer l'un des écrous qui fixe la roue de sa voiture, ton papa exerce sur une manivelle, une force $\vec{F}$ verticale d'intensité F400 N. La manivelle fait un angle a = 45° avec la verticale.

On t'indique que la longueur de la manivelle est ℓ =20 cm.

1. Calcule le moment de la force $\vec{F}$.

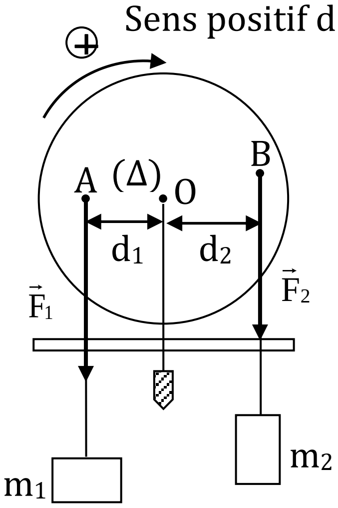
2. Avec cette même force, indique la position de la manivelle pour laquelle le moment est le plus grand.

3. Calcule alors ce moment.

corrigé

1.$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \mathrm{F.d}$ avec d : le bras de levier.
$\mathrm{d} = \ell.\sin\alpha$ donc $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \mathrm{F}.\ell.\sin\alpha$.
AN : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 56\ \mathrm{N.m}$
2. Le moment est le plus grand lorsque la manivelle est horizontale ; en effet alors $\mathrm{d} = \ell$ et $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \mathrm{F}.\ell$
3. AN : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 80\ \mathrm{N.m}$

1.2.3. Le moment : grandeur algébrique



$\vec{F_2}$ tend à faire tourner le disque dans le sens positif **choisi** et $\vec{F_1}$ dans le sens contraire. On pose que :

$M_\Delta(\vec{F_2}) > 0$ et égal à **$M_\Delta(\vec{F_2}) = F_2.d_2$** ;

$M_\Delta(\vec{F_1}) < 0$ et égal à **$M_\Delta(\vec{F_1}) = - F_1.d_1$**.

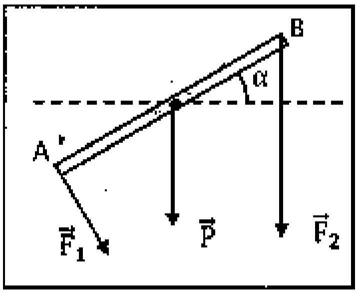
Conséquences

- Deux forces ayant le même moment par rapport à un axe auront le même effet de rotation.
- Si une force n'a aucun effet de rotation sur un solide alors son moment par rapport à l'axe de rotation du solide est nul.

Activité d'application

Une tige homogène de longueur ℓ et de poids $\vec{P}$ est mobile autour d'un axe horizontal perpendiculaire à cette tige en son milieu O. Elle est soumise à des forces comme l'indique la figure.

On donne : α = 30° ; ℓ = 10 cm ; P = 1 N ; F_1 = 2 N ; F_2 = 3 N



1. Calculer les moments des forces qui s'exercent sur la tige par rapport à A.

2. On considère maintenant la même tige avec les mêmes forces mais l'axe de rotation en B. Calculer les moments des différentes forces par rapport à Δ en B.

1. Calcul du moment de chaque force

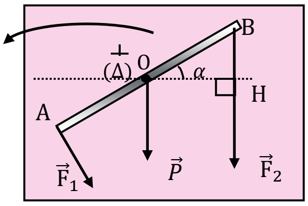
*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = F_1 . OA = \frac{1}{2} F_1\, l$

AN : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = 0{,}1\ N.m$

*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = -F_2 . OH = -\frac{1}{2} F_2\, l \cos\alpha$

AN : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = 0{,}13\ N.m$

*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$ car ce vecteur rencontre L'axe de rotation.



2. Calculons les moments des différentes forces.

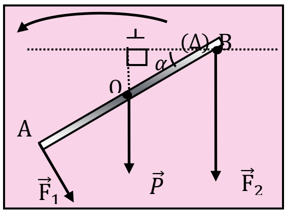
*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = F_1 . OB = F_1\, l$

AN : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) = 0{,}2\ N.m$

*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) = 0$ car ce vecteur rencontre L'axe de rotation.

*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \frac{1}{2} P\, l \cos\alpha$

AN :$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0{,}043\ N.m$

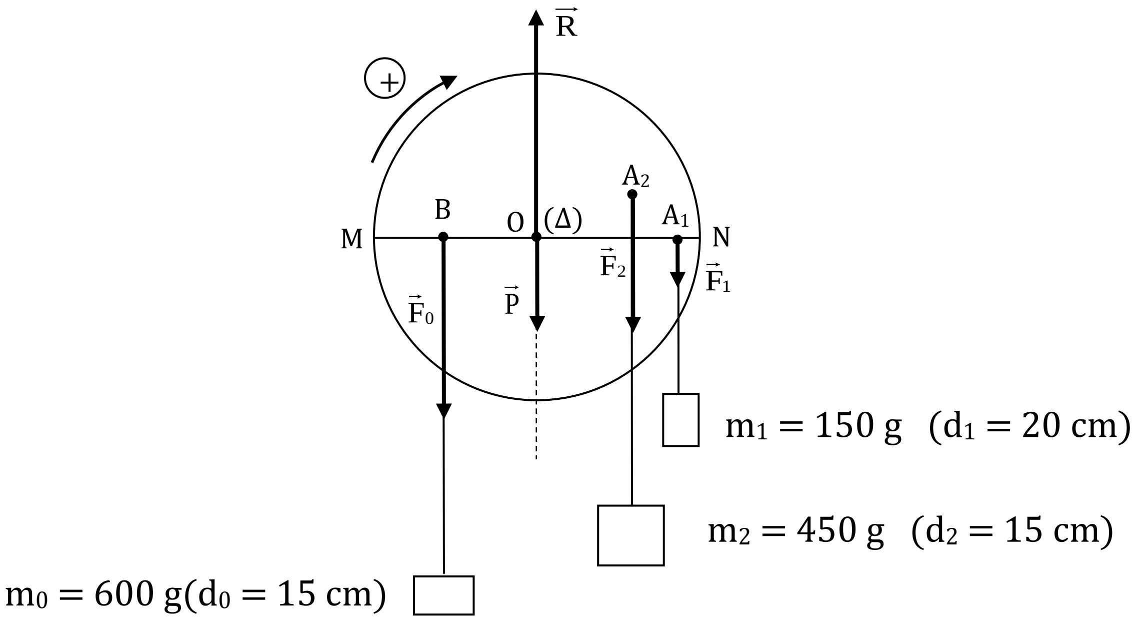


2. Conditions d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe

2.1. Théorème des moments

2.1.1. Expérience

Maintenons en équilibre un disque capable de tourner autour d'un axe fixe (Δ) en exerçant des forces à différents endroits.



2.1.2. Résultats

Calculons la somme des différentes forces extérieures appliquées au disque maintenu en équilibre :

F (N)	F_0 = 6 N	F_1 = 1,5 N	F_2 = 4,5 N	P = 2 N	R = 14 N
d (m)	d_0 = 0,15	d_1 = 0,20	d_2 = 0,15	d' = 0	d'' = 0
$\mathcal{M}_\Delta$ **(N.m)**	**– 0,90**	**+ 0,30**	**+ 0,60**	**0**	**0**

$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_0) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_1) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_2) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R})$

$= -0,9 + 0,3 + 0,6 + 0 + 0$

$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$ N.m.

On constate que cette somme est nulle.

2.1.3. Enoncé du théorème des moments

Lorsqu'un solide mobile autour d'un axe fixe, est en équilibre, la somme algébrique des moments par rapport à cet axe, de toutes les forces extérieures appliquées à ce solide est nécessairement nulle :

$$\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0.$$

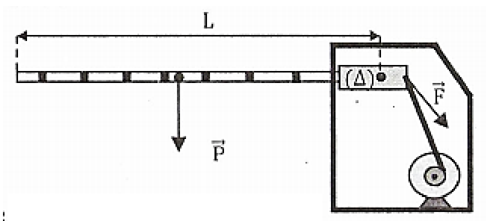
Activité d'application

Pour ouvrir une barrière d'accès au poste de péage d'Attinguié, une tige exerce à l'extrémité de la barrière une force $\vec{F}$ dont le moment par rapport à l'axe de rotation (Δ) est $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = 62,5$ N/m

(voir schéma ci-dessous).

Le poids de la barrière est P = 50 N.

Détermine la longueur de la barrière sachant qu'elle est en équilibre dans la position décrite par le schéma



corrigé

A l'équilibre on a $\mathcal{M}(\vec{F}) + \mathcal{M}(\vec{F}) = 0$

62.5-0,5 Px L=0

$$L = \frac{62.5}{0,5P} = \frac{2 \times 62,5}{50} = 2,5m$$

2.2. *Conditions générales d'équilibre*

Lorsqu'un solide mobile autour d'un axe fixe (Δ) est en équilibre alors :

- La somme algébrique des moments par rapport à l'axe des forces appliquées est nulle :

$$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = \mathbf{0.}$$

C'est la condition nécessaire de **non rotation** autour de l'axe (Δ).

- La somme vectorielle des forces appliquées est nulle :

$$\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0}\,.$$

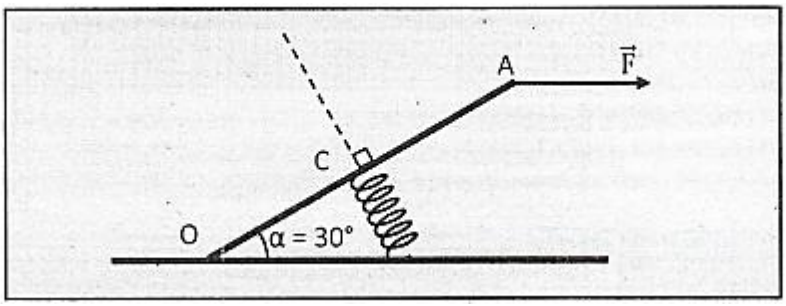
C'est la condition nécessaire d'**immobilité du centre d'inertie** du solide.

SITUATION D'EVALUATION

Un groupe d'élèves de 2nd C qui prépare un concours d'excellence découvre le schéma suivant dans un livre.La pédale OA, de poids négligeable, de longueur L, est mobile autour d'un axe horizontal passant par O.

Une force $\vec{F}$ horizontale d'intensité F = 20 N est exercée en A.

La pédale est en équilibre quand le ressort de raideur k, fixé en son milieu C, prend une direction



perpendiculaire à OA, elle fait alors un angle α avec l'horizontale. Il désire étudier l'équilibre de la pédale.

On donne : L = 20 cm ; α = 30°.

Tu te Joins à eux pour faire cette étude et tu viens exposer vos résultats à ton voisin de classe.

1. Fais le bilan des forces qui s'exercent sur la pédale.

2. Ecris les conditions d'équilibre de la pédale.

3. Détermine à l'équilibre de la pédale OA :

   3.1. la valeur de la force exercée par le ressort sur la pédale.

   3.2. laraideur k du ressort, si on veut un raccourcissement de ce dernier de 8 cm.

<u>Solution</u>

1. Bilan des forces qui s'exercent sur la pédale.

- La force $\vec{F}$;

- La force $\vec{T}$exercée par le ressort sur la pédale ;

- La réaction $\vec{R}$ du support sur la pédale.

2. Conditions d'équilibre de la pédale.

– La somme algébrique des moments par rapport à l'axe des forces appliquées est nulle :

$\sum \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_{ext}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$ Or $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0$

- La somme vectorielle des forces appliquées est nulle :

$$\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

3. Détermination de :

3.1. la valeur de la force exercée par le ressort sur la pédale.

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$ Or $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0$ donc $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{T}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}) = 0$

$$\Rightarrow T\frac{L}{2} - F.L.sin30° = 0 \Rightarrow \quad T = 2Fsin30°$$

A.N. T = 2.20.sin30° = 20 N

3.2. la raideur k du ressort.

$T = k\Delta x \Rightarrow k = \frac{T}{\Delta x}$ A.N. $k = \frac{20}{0{,}08} = 250\ N/m$

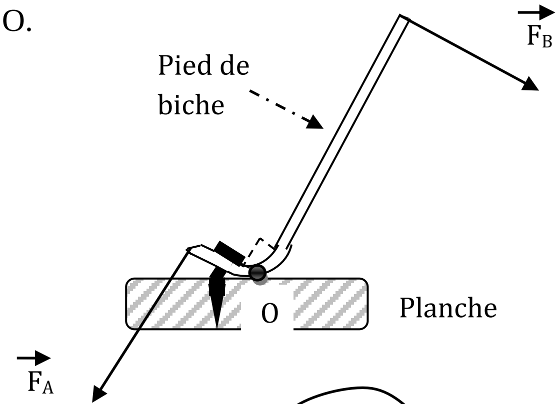
III. EXERCICES

<u>Exercice</u> 1

Le pied de biche est un levier coudé. On appuie sur son extrémité pour arracher un clou avec une force $\overrightarrow{F_B}$ d'intensité égale à 200N.

Le pied de biche est long de OB = 20cm. Le clou est pris dans la fourche à 2cm du point d'appui. On néglige le poids du pied de biche.

1) Détermine l'intensité de la force $\vec{F}_A$exercée par le clou sur le pied debiche à la limite de l'arrachage.
2) Détermine l'intensité de la réaction de la planche en O.



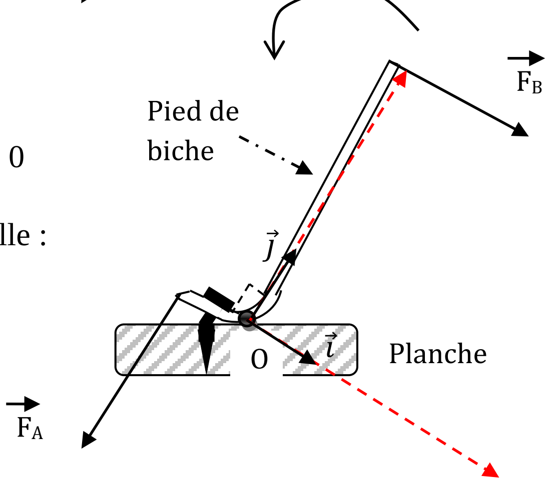
Solution

1. Intensité de la force $\vec{F}_A$exercée par le clou

Le pied de biche est soumis à la force $\vec{F}_A$,

la réaction $\vec{R}$ au point A et à la force $\vec{F}_B$, .

Les conditions d'équilibre :



– La somme algébrique des moments par
– rapport à l'axe des forces appliquées est nulle :

$\sum \mathcal{M}_{\boldsymbol{\Delta}}(\vec{F}_{ext}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_A) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_B) = 0$

- La somme vectorielle des forces appliquées est nulle :

$$\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_A + \vec{R} + \vec{F}_B = \vec{0}$$

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_A) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) + \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{F}_B) = 0$ Or $\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R}) = 0$

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_A) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_B) = 0.$

$$-F_B.OB + F_A.OA = 0 \quad \Rightarrow F_A = \frac{F_B.OB}{OA}$$

A.N. $F_A = \frac{200\times20}{2} = 2000\ N$

2. Intensité de la réaction $\vec{R}$

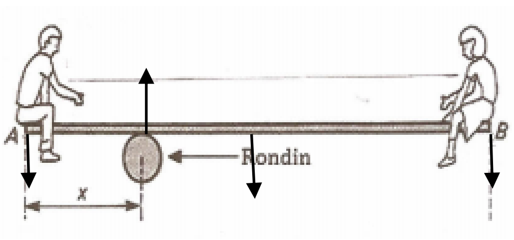
Utilisons le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) représenté.

$$\sum(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_A + \vec{R} + \vec{F}_B = \vec{0}$$
$$\binom{0}{-F_A} + \binom{R_x}{R_y} + \binom{F_B}{0} = \binom{0}{0} R_x = -F_B \text{et} R_y = F_A$$

$$R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2} = \sqrt{(-F_B)^2 + {F_A}^2} = \sqrt{(200)^2 + (2000)^2} \Rightarrow R = 2010\ N$$

Exercice2

Deux enfants, Akim et Mikan, utilisent une balançoire constituée d'une planche homogène de masse m = 8 kg et de longueur ℓ =2,4 m et d'un rondin de bois. Akim et Mikan, de masses respectives m_A = 42 kg et m_B = 32 kg sont assis aux extrémités A et B de la planche.



Donnée : g = 10 N/kg.

1. Représente les forces appliquées à la planche.

2. Détermine la distance x entre A et le rondin pour que la balançoire soit en équilibre en position horizontale.

Solution

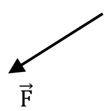
1. Les forces : le poids $\vec{P}_A$ de Akim ; le poids $\vec{P}_B$ de Mikan ; le poids $\vec{P}$ de la planche ; la réaction $\vec{R}$ du rondin.

2. Condition d'équilibre : $\sum \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{ext}) = 0$ avec $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$P_A.x - P(\frac{\ell}{2} - x) - P_B(\ell - x) = 0$ soit $x = \frac{\ell(P+2P_B)}{2(P_A + P + P_B)} = 1{,}05$ m

<u>**EXERCICE 3**</u>

Un agent de la CIE commis pour des installations électriques, exerce une forceF=150 N
sur le manche de la manivelle du treuil représenté ci-dessus, pour dérouler un câble électrique. La distance entre l'axe de la poignée et l'axe de rotation est d = 32 cm.
Calcule le moment de la force par rapport à l'axe de rotation (Δ).



<u>**Solution**</u>

$\mathcal{M}(\vec{F}) = F \times d = 150 \times 32.10^{-2} = 48$N.m

EXERCICE 4

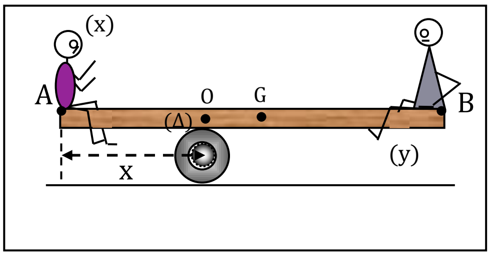
pendant la récréation dans un lycée tu observes avec ton ami deux élèves de 6ème, une fille et un garçon, en train de jouer sur une balançoire schématisé par la figure suivante

La balançoire est constituée d'une planche homogène de masse m = 8 kg et de longueur ℓ = 2,4m au milieu de laquelle est posé un rondin.

Le garçon (x) et la fille (y) ont respectivement pour masse m_1 = 42 kg et m_2 = 32 kg. Ils sont assis aux extrémités A et B de la planche qui est en équilibre.

Ton ami souhaite s'associer à toi pour déterminer la distance x entre A et le rodin.

1. Enonce les conditions d'équilibre d'un solde mobile autour d'un axe fixe.
2. Représente les forces qui s'exercent sur la planche.
3. Ecris les conditions d'équilibre de la planche.
4. Détermine la distance x entre A et le rondin pour que l'équilibre de la balançoire soit réalisé en position horizontale.



corrigé

<u>Système</u> : la balançoire

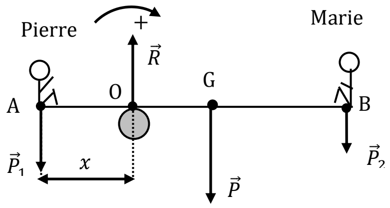
<u>Bilan des forces</u>

$\vec{P}$: Le poids de la balançoire

$\vec{P}_1$: poids de Pierre

$\vec{P}_2$: poids de Marie

$\vec{R}$: Réaction de l'axe en O



Condition d'équilibre de la barre autour de l'axe de rotation au point A : $\mathcal{M}_A(\vec{P}) + \mathcal{M}_A(\vec{P}_1) + \mathcal{M}_A(\vec{P}_2) + \mathcal{M}_A(\vec{R}) = 0$ (1)

Exprimons les moments des forces.

*$\mathcal{M}_A(\vec{P}_1) = -m_1\, g\, x$

*$\mathcal{M}_A(\vec{P}_2) = m_2\, g(l - x)$

*$\mathcal{M}_A(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ rencontre l'axe de rotation.

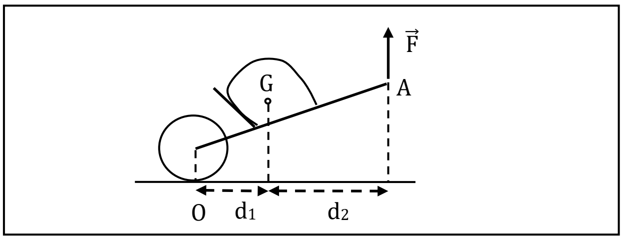
*$\mathcal{M}_A(\vec{P}) = \left(\frac{1}{2}l - x\right) m\, g = (1{,}2 - x) m\, g$

La relation (1) devient : $\left(\frac{1}{2}l - x\right) m\, g - m_1\, g\, x + m_2\, g(l - x) = 0$

$$-(m + m_1 + m_2)\, x = -\frac{1}{2} l\, m - l\, m_2 \Rightarrow x = \frac{(m + 2m_2)l}{2(m + m_1 + m_2)} = 1{,}05 \text{ m}$$

EXERCICE 5

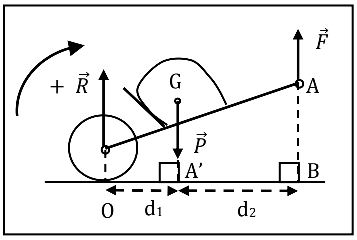
Tu te rends le week-end sur le chantier où travaille ton grand frère. Son travail consiste à transporter du gravier à l'aide d'une brouette. Pour déplacer la charge, chacun de ses bras exerce une force verticale ($\vec{F}_1 = \vec{F}_2$) sur les manches de la brouette. Ces deux forces équivalent à une force unique $\vec{F}$ verticale, représentée en A comme l'indique le schéma ci-dessous



La masse totale de la brouette chargée de centre de gravité G est m= 150 kg.
Données : d_1 = 80 cm ; d_2 = 140 cm ; g = 9,8 N/kg
Tu souhaites évaluer l'effort fourni par ton grand frère pour transporter le gravier.
1-Enonce les conditions d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe.
2-Représente les forces exercées sur la brouette et son chargement de gravier.
3-Détermine, à partir des conditions d'équilibre de la brouette :
3-1-la valeur de la force $\vec{F}$;
3-2-La valeur de la réaction du sol en O.
4-Déduis- en les valeurs des forces $\vec{F}_1$et $\vec{F}_2$.

<u>corrigé</u>

1- <u>Système</u>: brouette
<u>Bilan des forces</u>
$\vec{P}$: poids de la brouette
$\vec{F}$: Force exercée par le manœuvre
$\vec{R}$: Réaction de l'axe
-Condition d'équilibre de La brouette autour de l'axe de rotation :



$$3-\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{P})+\mathcal{M}_\Delta(\vec{R})=0$$

3-1-*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = -F.OB = -F\,(d_1+d_2)$;*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = P.d_1$;*$\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$-F\,(d_1+d_2)+m\,g.d_1 = 0 \Rightarrow F = \frac{m\,g.d_1}{d_1+d_2}$; <u>AN</u>: $F = 534{,}54$ N

3-2- A l'équilibre :$\vec{F}+\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$

$\vec{F}$ et $\vec{R}$ sont de sens opposé à $\vec{P}$ d'où $R+F-P=0$

$$R = P - F = 935{,}46\text{ N}$$

$4 - F_1 = F_2 = \frac{1}{2}F$; <u>AN</u>: $F_1 = 267{,}27$ N

IV. DOCUMENTATION

1. Pourquoi la Tour de Pise est-elle penchée ?

La Tour de Pise est l'un des symboles de l'Italie, elle fait partie des plus belles constructions au monde mais aussi celles des plus étranges... Elle est aujourd'hui célèbre pour son inclinaison de 3,99° vers le sud.

a. Elle est restée droite pendant cinq ans

La première pierre de la Tour de Pise est posée en août 1174. Elle reste droite seulement cinq ans. C'est après la finalisation du troisième étage qu'elle commence à s'incliner. Pour compenser, les quatre derniers étages sont construits en diagonale. La construction finit par être compliquée et retardée.
Mais après des années de recherches, les architectes trouvent enfin une solution : faire des piliers plus grands au sud qu'au nord. Cette méthode permet d'achever la construction en 1350.

Composée de sept étages d'arcades voûtées de marbre blanc, elle abrite les cloches de la cathédrale Notre-Dame de l'Assomption de Pise. Afin d'équilibrer, les plus lourdes sont installées du côté nord, mais la tour continuera de pencher. Au milieu du XIVe siècle, on estime que la tour penche d'environ 1,47° puis en 1993 de 5,63°.

b. L’affaiblissement des fondations

Désormais, on peut dire que c'est l'affaiblissement des fondations qui fait pencher la Tour de Pise. Ces dernières sont inadaptées au sol (plaine alluviale) où elle est construite. Heureusement, grâce à de nombreux travaux, la tour s'est stabilisée, chaque année elle bouge de moins d'un millimètre.

Source : https://www.pleinevie.fr/vie-quotidienne/mes-petits-enfants/dis-pourquoi-la-tour-de-pise-est-elle-penchee-14988 mardi 10/11/2020 à 10 h00