LEÇON 15 : INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

A SITUATION D'APPRENTISSAGE

L'oncle de votre camarade de classe exploite une portion de bas-fond qu'il a divisée en deux parcelles.
La première année, il cultive sur la première parcelle, de la tomate qui fait 3 tonnes à l'hectare ; sur la deuxième parcelle, il cultive du gombo qui fait 2 tonnes à l'hectare et fait une récolte totale de 10 tonnes.
L'année suivante, il cultive sur la première parcelle de la tomate qui fait 5 tonnes à l'hectare ; sur la deuxième il cultive du gombo qui fait 4 tonnes à l'hectare et fait une récolte totale de 16 tonnes.
L'oncle veut avoir une idée de la superficie en hectare de chaque parcelle.
Informés, vous vous organisez pour déterminer les superficies des différentes parcelles pour aider votre ami à répondre aux préoccupations de son oncle.

B RESUME DE COURS ET EXERCICES DE FIXATION

1) Inéquations du 1^{er} degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1.1) Définition

Définition

a, b et c des nombres réels tels que $(a\,;\,b) \neq (0\,;\,0)$.

On appelle inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, une inéquation ayant l'une des formes suivantes où x et y sont des inconnues:
$ax + by + c > 0$; $ax + by + c < 0$; $ax + by + c \geq 0$ ou $ax + by + c \leq 0$.

Un couple $(x_0; y_0)$ de nombres réels est solution de l'une des inéquations signifie que les nombres x_0 et y_0 vérifient cette inéquation.

Exemple :

$x - y + 3 < 0$ est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

- Pour $x = 1$ et $y = 5$, on a $1 - 5 + 3 = -1$; $-1 < 0$ est vrai.

Donc (1 ; 5) est solution de l'inéquation.

- Pour $x = 0$ et $y = 0$, on a $0 - 0 + 3 = 3$; $3 < 0$ est faux.

Donc (0 ; 0) n'est pas solution de l'inéquation.

1.2) Résolution graphique

Le plan muni d'un repère (O, I, J).

Propriété
Soit la droite (D) d'équation : $ax + by + c = 0$.

(D) partage le plan en trois parties :
La droite (D) et deux demi-plans ouverts $(\mathcal{P}_1)$ et $(\mathcal{P}_2)$ de frontière (D).

- Les couples de coordonnées $(x ; y)$ des points de (D) vérifient $ax + by + c = 0$;
- Les couples de coordonnées $(x ; y)$ des points de l'un des demi-plans vérifient $ax + by + c < 0$;
- Les couples de coordonnées $(x ; y)$ des points de l'autre demi-plan vérifient $ax + by + c > 0$.

L'ensemble des solutions d'une inéquation est donc l'ensemble des couples de coordonnées d'un demi-plan ouvert ou la réunion de la droite (D) et de l'ensemble des couples de coordonnées d'un demi-plan ouvert.

Remarque
La réunion de la droite (D) et d'un demi-plan ouvert de frontière une droite (D) est un demi-plan fermé.
:

<u>Exercices de fixation</u>
Relie chaque groupe de mots de la colonne A à un groupe de mots de la colonne B de façon à obtenir une affirmation vraie.

Colonne A			**Colonne B**	
L'ensemble des solutions l'inéquation $ax + by + c \leq 0$ est	**1**		**a**	Une droite
L'ensemble des solutions l'inéquation $ax + by + c = 0$ est	**2**		**b**	Un demi-plan ouvert
L'ensemble des solutions l'inéquation $ax + by + c > 0$ est	**3**			
L'ensemble des solutions l'inéquation $ax + by + c < 0$ est	**4**		**c**	Un demi-plan fermé

<u>Corrigé des exercices de fixation</u>
Exercice 1
$1 - c$; $2 - a$; $3 - b$; $4 - b$.

Méthode
Pour résoudre graphiquement une inéquation du type $ax + by + c < 0$, on peut procéder de la façon suivante :

- Construire dans le plan muni du repère (O, I, J) la droite (D) d'équation $ax + by + c = 0$;
- Choisir un point particulier n'appartenant pas à (D), par exemple O, I ou J :

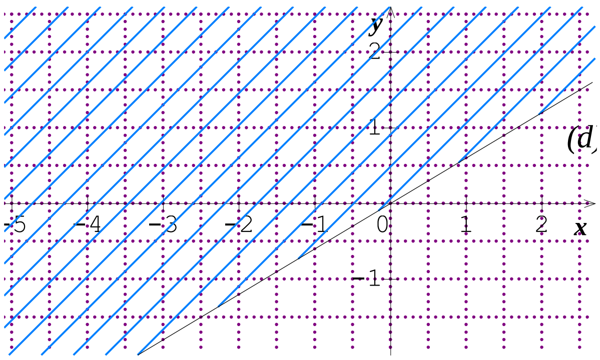
♣ Si la valeur numérique de l'expression $(ax + by + c)$ est strictement négative pour les coordonnées de ce point alors la demi-droite ouvert de frontière (D) contenant ce point représente l'ensemble des solutions de l'inéquation ;

♣ Sinon, l'ensemble des solutions est représenté par l'autre demi-plan ouvert.

<u>Exercices de fixation</u>
Résous graphiquement l'inéquation : $x - y + 3 < 0$

corrigé
Soit la droite (D), d'équation $x - y + 3 = 0$.
Le couple de coordonnées $(0 ; 0)$ n'est pas solution de l'inéquation : $x - y + 3 < 0$;

L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x - y + 3 < 0$ est donc le demi-plan ouvert de frontière la droite (D) d'équations : $x - y + 3 = 0$ et ne contenant pas $O(0\,;\,0)$.



2) Système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

2.1) Définition

Définition

On appelle système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ un système constitué de plusieurs inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples de nombres réels qui vérifient toutes les inéquations du système (en même temps).

Exemple

Soit le système (S): $\begin{cases} x - y + 3 < 0 \\ x + y - 2 > 0 \end{cases}$;

(S) est un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Le couple $(0\,;4)$ vérifie chacune des inéquations $x - y + 3 < 0$ et $x + y - 2 > 0$.
Donc le couple $(0\,;4)$ est une solution du système (S).

2.2) Résolution graphique

Méthode

Pour résoudre graphiquement un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, on peut procéder de la façon suivante :

- On trace, dans un même repère, la droite associée à chaque inéquation ;
- On colorie (ou hachure) les demi-plans qui correspondent aux solutions à chaque inéquation ;

L'ensemble de solutions du système est l'intersection des demi-plans coloriés (ou hachurés).

Exercice fixation

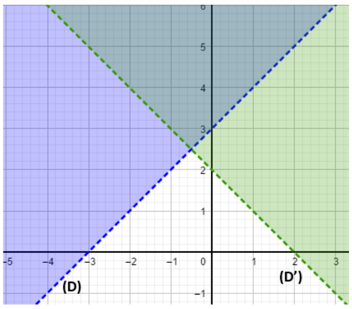
Résous graphiquement le système d'inéquations suivant :

$\begin{cases} x - y + 3 < 0 \\ x + y - 2 > 0 \end{cases}$

Corrigé

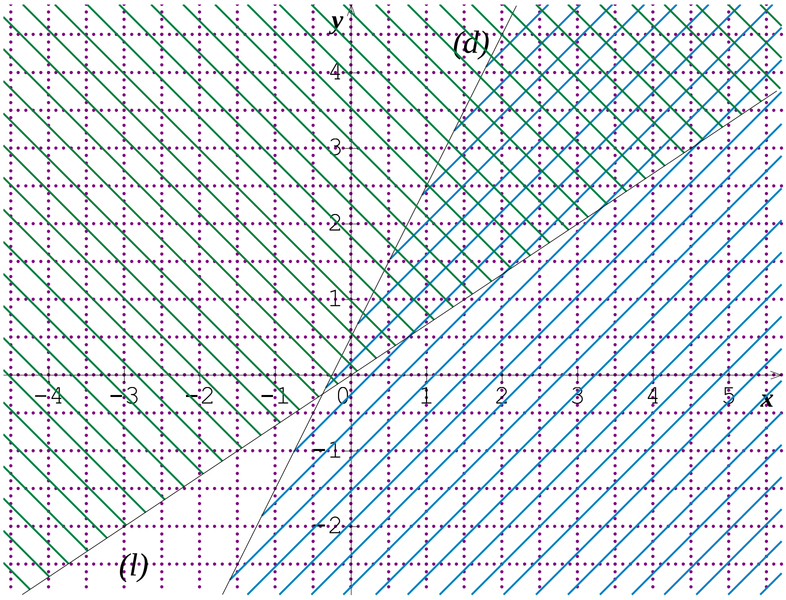
- Soit les droites (D) et (D') d'équations respectives $x - y + 3 = 0$ et $x + y - 2 = 0$.

On trace, dans un même repère, (D) et (D')



- On hachure les demi-plans qui correspondent aux solutions à chaque inéquation.

L'ensemble de solutions est la partie hachurée deux fois (en bleu et en vert).



3) Problème conduisant à une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Méthode de résolution

Pour résoudre un problème conduisant à une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, on procède comme suit :

- analyser l'énoncé ;
- Choisir les inconnues ;
- Mettre le problème sous forme d'équations ou d'inéquations [traduire les données de l'énoncé en langage mathématique par une (ou des) équation(s)ou inéquation(s)]
- Résoudre l'équation, l'inéquation ou le système en utilisant une méthode appropriée ;
- S'assurer que la (ou les) solution(s) trouvée(s) vérifie(nt) bien l'équation, l'inéquation ou le système ;
- Conclure en interprétant le résultat trouvé.

<u>**Exercice de fixation**</u>

Un collectionneur a acheté pour moins de 600 000 F CFA des tapis et des objets d'art.

Un tapis coute 80 000 F CFA et un objet d'art coute 60 000 F CFA. Il y a plus d'objets d'art que de tapis.

Détermine graphiquement les nombres de tapis et d'objets d'art possibles.

Corrigé

Analyse de l'énoncé

- On identifie ce que l'on cherche :

Le nombre de tapis ;
le nombre d'objet d'art.

- On identifie ce que l'on connait :
- Le prix d'achat d'un tapis : 80 000 F CFA ;
- Le prix d'achat d'un objet d'art : 60 000 F CFA :
- Le collectionneur a dépensé moins de 600 000 F CFA ;
- Le collectionneur a acheté plus d'objets d'art que de tapis.

Choix des inconnus
Désignons par **x** le nombre de tapis et par **y** le nombre d'objets d'art.

Traduction de l'énoncé en langage mathématique

- On exprime les grandeurs en fonction des inconnues :
  - Le cout total des tapis en F CFA est : $80\,000x$;
  - Le cout total des objets d'art en F CFA est $60\,000y$;
  - La dépense totale en F CFA est $80\,000x + 60\,000y$.
- En tenant compte des contraintes, On traduit les données en inéquations
  - Le collectionneur a dépensé moins de 600 000 F CFA : $80\,000x + 60\,000y < 600\,000$:
  - Le collectionneur a acheté plus d'objets d'art que de tapis : $x < y$.
- On définit le système

$$\begin{cases} 80\,000x + 60\,000y < 600\,000 \\ x < y \end{cases} ;$$

Ce qui est équivalent au système

$$(S) : \begin{cases} 4x + 3y - 30 < 0 \\ x - y < 0 \end{cases} .$$

Résolution graphique du système
Le plan est muni du repère $(O ; I ; J)$.

- On désigne par :

(D) la droite d'équation $4x + 3y - 30 = 0$;
(D') la droite d'équation $x - y = 0$;
$(\mathcal{P}_1)$ le demi plan d'inéquation $4x + 3y - 30 < 0$;
$(\mathcal{P}_2)$ le demi plan d'inéquation $x - y < 0$.

- On construit les droites (D) et (D').

- On détermine la valeur numérique de l'expression $(4x + 3y - 30)$ pour le couple de coordonnées $(0 ; 0)$ du point O ; on obtient -30 et la proposition "$-30 < 0$" est vraie.

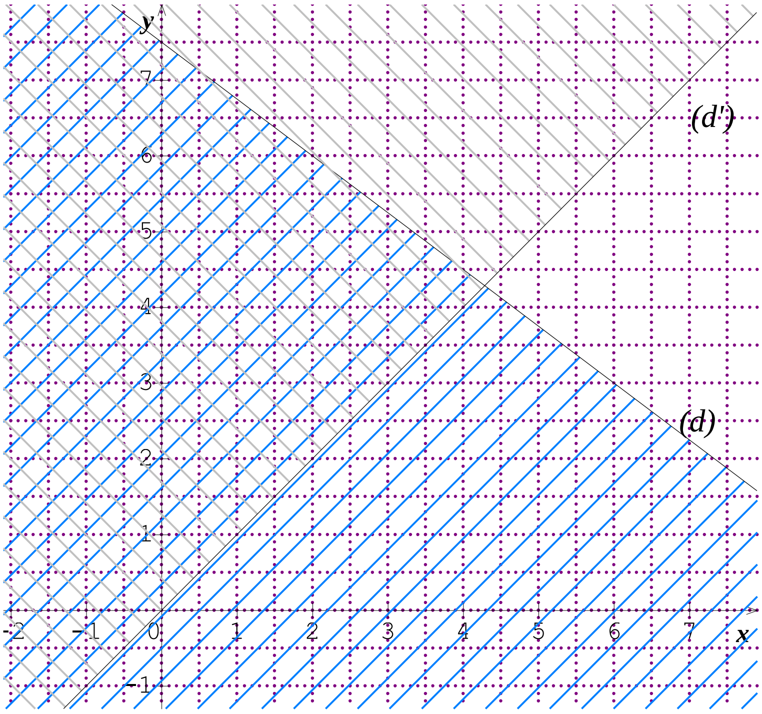
Donc $(\mathcal{P}_1)$ est le demi-plan ouvert de frontière (D) contenant le point O.

- On détermine la valeur numérique de l'expression $(x - y)$ pour le couple de coordonnées $(1 ; 0)$ du point I ; on obtient 1 et la proposition "$1 < 0$" est fausse.

Donc $(\mathcal{P}_2)$ est le demi-plan ouvert de frontière (D') ne contenant pas le point I.

- L'intersection des deux demi-plans ouverts $(\mathcal{P}_1)$ et $(\mathcal{P}_2)$ représentent graphique l'ensemble

des solutions du système (S).



Conclusion

Les nombres x et y étant des entiers naturels non nuls, on ne retiendra que les points à coordonnées entiers positives de l'ensemble des solutions de (S).

On déduit que les solutions du problème sont les couples :

$(1\,;2)$, $(1\,;3)$, $(1\,;4)$, $(1\,;5)$, $(1\,;6)$, $(1\,;7)$, $(1\,;8)$, $(2\,;3)$, $(2\,;4)$, $(2\,;5)$, $(2\,;6)$, $(2\,;7)$, $(3\,;4)$ et $(3\,;5)$.

C- SITUATION COMPLEXE

Situation complexe

Le Conseil général propose d'équiper la bibliothèque de votre établissement par des romans qui coûtent 2 000 F CFA chacun et des livres divers coûtant 3 000 F CFA chacun.

Les élèves souhaitent:

- avoir au moins 50 romans
- Avoir au moins 18 livres;
- qu'il y ait plus de romans que de livres ;
- que le montant total des romans et des livres soit inférieur ou égal à 300 000 F CFA.

Le Conseil général a respecté les souhaits des élèves et a acheté au total 140 ouvrages.

Les élèves très content à l'aide de représentations graphique décident de Détermine les diverses possibilités d'achat de romans et de livres

.

CORRIGE

Pour résoudre ce problème nous allons utiliser la leçon inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

pour cela: nous allons :

- déterminer le système d'inéquations correspondant
- Le résoudre graphiquement
- Déterminer les couples solution

1) Détermine graphiquement les diverses possibilités d'achat de romans et de livres :

Analyse de l'énoncé

- On identifie ce que l'on cherche :

Le nombre de romans ;
le nombre de livres divers.

- On identifie ce que l'on connait :
- Le prix d'un roman : 2 000 F CFA ;
- Le prix d'un livre divers : 3 000 F CFA :
- Il y a au moins 50 romans ;
- Il y a au moins 18 livres ;
- Le montant total des ouvrages ne dépasse pas 300 000 F CFA.

Choix des inconnus

Désignons par **x** le nombre de romans et par **y** le nombre de livres divers.

Traduction de l'énoncé en langage mathématique

- On exprime les grandeurs en fonction des inconnues :
  - Le cout total des romans en F CFA est : $2\ 000x$;
  - Le cout total des livres divers en F CFA est $3\ 000y$;
  - Le montant total des ouvrages en F CFA est $2\ 000x + 3\ 000y$.
- En tenant compte des contraintes, On traduit les données en inéquations
  - Le conseil général doit acheter plus de romans que de livres divers: $x > y$;
  - Le montant total des ouvrages ne doit pas dépassé de 300 000 F CFA :
    $2\ 000x + 3\ 000y \leq 300\ 000$.
- On définit le système

$$\begin{cases} x > y \\ 2\ 000x + 3\ 000y \leq 300\ 000 \end{cases};$$

Ce qui est équivalent au système (S): $\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x + 3y - 300 \leq 0 \end{cases}$.

Résolution graphique du système

Le plan est muni du repère $(O ; I ; J)$.

- On désigne par :

$(D1)$ la droite d'équation $x - y = 0$;
$(D2)$ la droite d'équation $2x + 3y - 300 = 0$;
$(\mathcal{P}_1)$ le plan d'inéquation $x - y > 0$;
$(\mathcal{P}_2)$ le plan d'inéquation $2x - 3y - 300 \leq 0$.

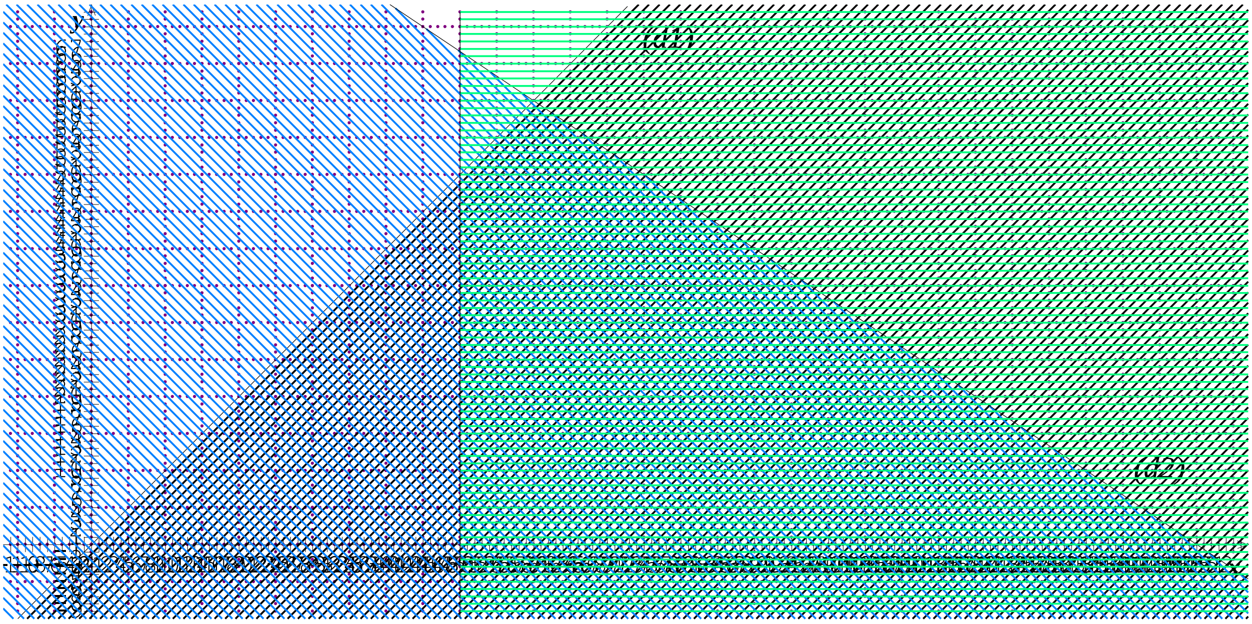
- On construit les droites $(D1)$ et $(D2)$.
- On détermine la valeur numérique de l'expression $(x - y)$ pour le couple de coordonnées $(1 ; 0)$ du point I ; on obtient 1 et la proposition "$1 > 0$" est vraie.

Donc $(\mathcal{P}_1)$ est le demi-plan ouvert de frontière $(D1)$ contenant le point I.

- On détermine la valeur numérique de l'expression $(2x + 3y - 300)$ pour le couple de coordonnées $(0 ; 0)$ du point O; on obtient -300 et la proposition "$-300 \leq 0$" est vraie.

Donc $(\mathcal{P}_2)$ est le demi-plan fermé de frontière $(D2)$ contenant pas le point O.

- L'intersection des deux demi-plans $(\mathcal{P}_1)$ et $(\mathcal{P}_2)$ représentent graphique l'ensemble des solutions du système (S).



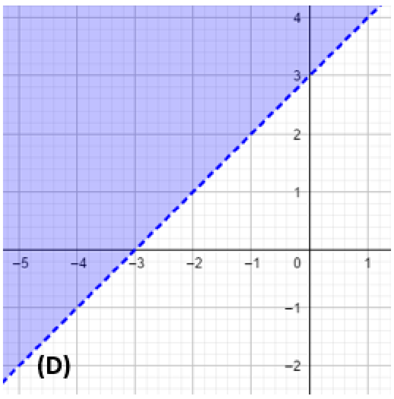
Conclusion
Les nombres x et y étant des entiers naturels non nuls et $x \geq 50$ l'ensemble des couples cherchés sont les couples d'entiers naturels strictement positifs, solutions du système (S) dont les premières sont plus grandes ou égales à 50.
2) le conseil général ayant acheté en tout 140 ouvrages, les nombres possibles de romans et de livres divers que pourrait acheter le conseil général est défini à travers le tableau ci-dessous.

x	y	x + y	2x + 3y
119	21	140	301
120	20	140	300
121	19	140	299
122	18	140	298

Ainsi les différents couples (x ; y) répondant à la situation sont au nombre de 4:
,

Un tâcheron à la fois plombier et électricien en bâtiment dans une entreprise de la place gagne 5 000 f par heure en tant qu'électricien et 3 000 F CFA par heure en tant que plombier.
Ce mois-ci il a cumulé les deux métiers durant 30 heures en tout et a gagné 150 000 F CFA au total.
Il demande à son neveu, votre ami de classe de l'aider à trouver le nombre d'heures de travail en tant qu'électricien et celui de plombier.
Informés, vous décidez de vous organiser pour répondre à la préoccupation de l'oncle de votre ami.
Détermine le nombre le nombre d'heures de travail d'électricité et celui de plomberie

D-EXERCICES
Exercices de fixation



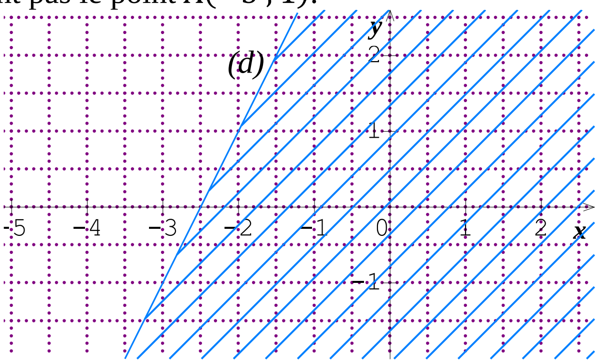
Exercice 1
Détermine et représente graphiquement les solutions de chacune des inéquations suivantes :
$2x - y + 5 > 0$; $2x + 3y - 1 < 0$; $3x - 5y + 2 \leq 2$.

;
Corrigé
- L'inéquation $2x - y + 5 > 0$.

Soit la droite (D) d'équation $2x - y + 5 = 0$; on considère le point $A(-3\,;1)$.
On a $2 \times (-3) - 1 + 5 = -2$ et $-2 > 0$ est faux.

Donc le couple de nombres réels $(-3\,;1)$ n'est pas solution de l'inéquation $2x - y + 5 > 0$.

Ainsi l'ensemble des solutions de l'inéquation $2x - y + 5 > 0$ est le demi-plan ouvert de frontière (D) ne contenant pas le point $A(-3\,;1)$.

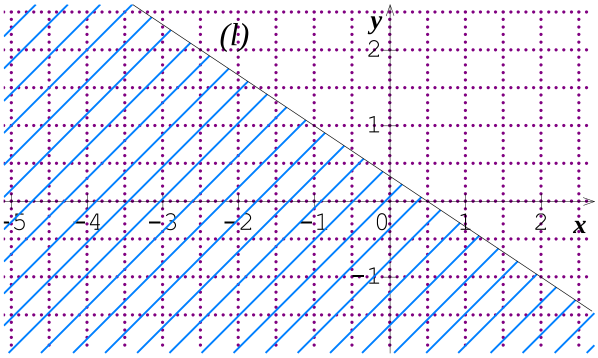


- L'inéquation $2x + 3y - 1 < 0$.

Soit la droite (L) d'équation $2x + 3y - 1 = 0$;
On a $2 \times 0 + 3 \times 0 - 1 = -1$ et $-1 < 0$ est vraie.

Donc le couple de nombres réels $(0\,;0)$ est une solution de l'inéquation $2x + 3y - 1 < 0$.

Ainsi l'ensemble des solutions de l'inéquation $2x + 3y - 1 < 0$ est le demi-plan ouvert de frontière (L) contenant le point $O(0\,;0)$.



- L'inéquation $3x - 5y + 2 \leq 2$.

L'inéquation $3x - 5y + 2 \leq 2$ est équivalente à $3x - 5y \leq 0$.
Soit la droite (D) d'équation $3x - 5y = 0$.
On a $3 \times 1 - 5 \times 0 = 3$ et $3 \leq 0$ est faux.

Donc le couple de nombres réels $(1\,;0)$ n'est pas une solution de l'inéquation $3x - 5y \leq 0$.

Ainsi l'ensemble des solutions de l'inéquation $3x - 5y \leq 0$ est le demi-plan fermé de frontière (D) ne contenant pas le point $I(1\,;0)$.
On en déduit que l'ensemble des solutions de l'inéquation $3x - 5y + 2 \leq 2$ est le demi-plan fermé de frontière (D) ne contenant pas le point $I(1\,;0)$.

Exercice 2
Parmi les systèmes suivants, recopie celui ou ceux qui sont des systèmes d'inéquations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$\begin{cases} x^2 + 2y < 2 \\ -3x + y < -1 \end{cases}$; $\begin{cases} -x + 5y \geq 0 \\ \frac{1}{2}x + 4y > 3 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{1}{x} - y - 5 \leq 0 \\ x + y - 4 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x + y - 2 > 0 \\ 2xy + 5 \leq 0 \end{cases}$.

.Corrigé
Dans la liste des systèmes d'inéquations proposées, les systèmes d'inéquations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sont:

$\begin{cases} -x + 5y \geq 0 \\ \frac{1}{2}x + 4y > 3 \end{cases}$; $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Exercice 3
Parmi les couples de nombres réels ci-dessous recopie ceux qui sont solution du système d'inéquations :

$$(S): \begin{cases} x - y > 0 \\ 2x + 3y - 10 < 0 \end{cases}$$

$(2\,;4)$; $(3\,;2)$; $(2\,;\,-3)$; $(-3\,;\,-1)$; $(3\,;1)$

Corrigé
Dans la liste des couples de coordonnées proposées, les solutions du système d'inéquations

$(S): \begin{cases} x - y > 0 \\ 2x + 3y - 10 < 0 \end{cases}$ sont les couples $(2\,;\,-3)$ et $(3\,;1)$.

Exercice 4

Détermine et représente graphiquement l'ensemble des solutions du système

(S_1): $\begin{cases} x - 2y + 3 < 0 \\ 5x + 3y \geq 1 \end{cases}$.

Corrigé 4

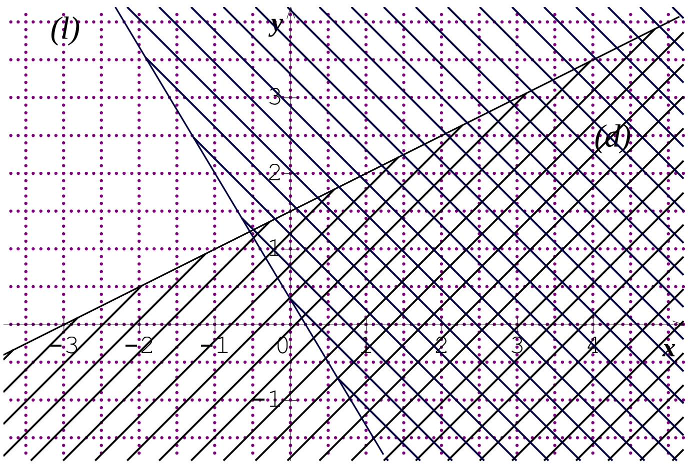
Le plan est muni du repère $(O\,;\,I\,;\,J)$

$(x\,;y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, 5x + 3y \geq 1 \Leftrightarrow (x\,;y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, 5x + 3y - 1 \geq 0$

On note (D) et (L) les droites d'équation respectives $x - 2y + 3 = 0$ et $5x + 3y - 1 = 0$.

Le point $O(0\,;0)$ n'est pas solution de l'inéquation $x - 2y + 3 < 0$ et le point $A(-1\,;1)$ n'est pas solution de l'inéquation $5x + 3y \geq 1$.

- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de l'inéquation $x - 2y + 3 < 0$ est le demi-plan ouvert de frontière (D) ne contenant pas le point O ; on hachure cet ensemble.
- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de l'inéquation $5x + 3y \geq 1$est le demi-plan fermé de frontière (L) ne contenant pas le point A ; on hachure cet ensemble.
- L'ensemble des solutions du système (S_1) est l'intersection des deux parties du plan Hachurée.



Exercice 5

Détermine et représente graphiquement l'ensemble des solutions du système

(S_2): $\begin{cases} -4x + 2y \leq 1 \\ 2x - 3y < 0 \end{cases}$.

Corrigé 5

Le plan est muni du repère $(O\,;\,I\,;\,J)$

$(x\,;y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, -4x + 2y \leq 1 \Leftrightarrow (x\,;y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, -4x + 2y - 1 \leq 0$

On note (D) et (L) les droites d'équation respectives $-4x + 2y - 1 = 0$ et $2x - 3y = 0$.

Le point $J(0\,;1)$ n'est pas solution de l'inéquation $-4x + 2y - 1 \leq 0$ et le point $A(1\,;1)$ n'est pas une solution de l'inéquation $2x - 3y < 0$.

- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de l'inéquation $-4x + 2y - 1 \leq 0$ est le demi-plan fermé de frontière (D) ne contenant pas le point J ; on hachure en bleu cet ensemble.
- L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de l'inéquation $2x - 3y < 0$ est le demi-plan ouvert de frontière (L) ne contenant pas le point A ; on hachure en vert cet ensemble.
- L'ensemble des solutions du système (S_2) est l'intersection des deux parties du plan Hachurée.

Exercice 6

Un cheval et un âne, portant chacun une lourde charge constituée de même masse allaient cote à cote. Le cheval se plaignait du poids excessif de son fardeau. « De quoi te plains-tu » lui dit l'âne.
Si je te prends un sac, ma charge sera deux fois plus lourde que la tienne. Mais si tu me prends un sac, ton fardeau sera égal au mien.
Détermine le nombre de sac que portait chaque bête.

corrigé

Analyse de l'énoncé

- On identifie ce que l'on cherche :

Le nombre de sacs que portait le cheval ;
le nombre de sacs que portait l'âne.

- On identifie ce que l'on connait :

- Si l'âne prend un sac au cheval, sa charge sera deux fois plus lourde que celle du cheval.
- Si le cheval prend un sac à l'âne, l'âne et le cheval auront la même charge.
-

Choix des inconnus

Désignons par :
x le nombre de sacs que portait le cheval ;
y le nombre de sacs que portait l'âne.

Traduction de l'énoncé en langage mathématique

- On exprime les grandeurs en fonction des inconnues :

- Si l'âne prend un sac au cheval,
  l'âne aura $(y+1)$ sacs ;
  le cheval aura $(x-1)$ sacs.
- Si le cheval prend un sac à l'âne,
  L'âne aura $(y-1)$ sacs ;
  le cheval aura $(x+1)$ sacs.

- On traduit les données en équations :

- Si l'âne prend un sac au cheval, sa charge sera deux fois plus lourde que celle du cheval :

$y+1=2(x-1)$;

- Si le cheval prend un sac à l'âne, l'âne et le cheval auront la même charge :

$y-1=x+1$.

- On définit le système :

$$\begin{cases} y+1=2(x-1) \\ y-1=x+1 \end{cases}.$$

Résolution graphique du système

La résolution du système donne $x=5$ et $y=7$.
Le cheval portait 5 sacs tandis que l'âne en portait 7.
Le cheval devrait donc se plaindre moins que l'âne.

Conclusion

Le cheval portait 5 sacs tandis que l'âne en portait 7.
Le cheval devrait donc se plaindre moins que l'âne.

Exercices de renforcement

Exercice 7

Soit l'inéquation (I) : $5x - 2y + 1 < 0$.

1) Trouve deux couples solutions de (I) dont les premières composantes sont $-\frac{3}{5}$.
2) Trouve deux couples solutions de (I) dont les deuxièmes composantes sont 8.
3) Trouve un couple solution de (I) de première composante 1 et de deuxième composante inférieure à 4

Corrigé

(I) : $5x - 2y + 1 < 0$.

1) Les couples $\left(-\frac{3}{5} ; 0\right)$ et $\left(-\frac{3}{5} ; -1\right)$ sont deux couples solutions de (I) dont les premières composantes sont $-\frac{3}{5}$.

2) Les couples $(2 ; 8)$ et $(1 ; 8)$ sont deux couples solutions de (I) dont les deuxièmes composantes sont 8.

3) Le couple $(1 ; 3{,}5)$ est un couple solution de (I) de première composante 1 et de deuxième composante inférieure à 4.

Exercice 8

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.

1)
   a) Représente la droite (D_1) d'équation : $x + y + 8 = 0$
   b) Représente la droite (D_2) d'équation : $x - y = 0$

2)
   a) Représente graphiquement l'ensemble solution du système (S) suivant :

$$\begin{cases} x + y + 8 > 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$$

   b) Trouve trois couples solutions de (S) tels que $0 < x < 8$ et $y > 0$

CORRIGER 8

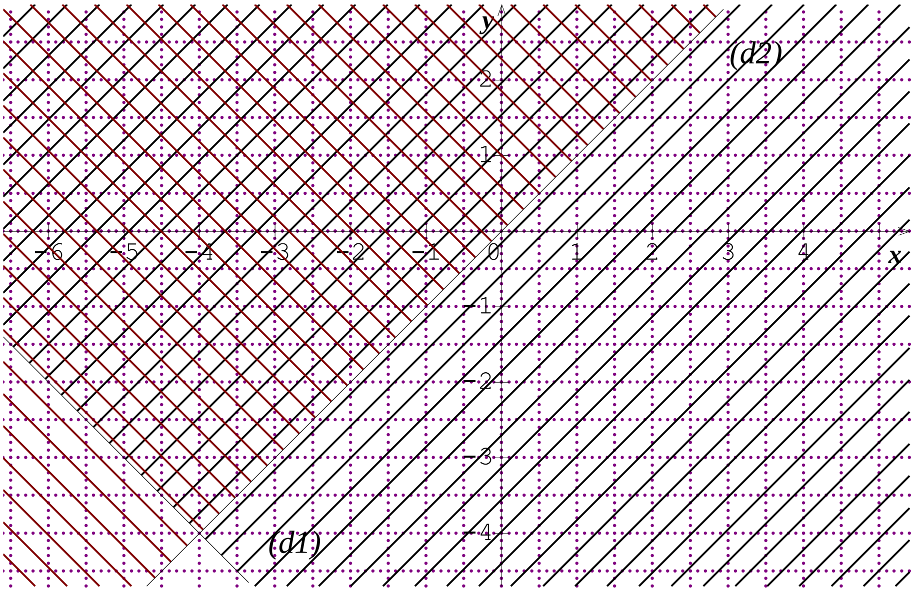
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$.

1)
   a) Pour la représentation de (D_1) voir figure
   b) Pour la représentation de (D_2) voir figure

2)
   a) L'ensemble des solutions du système (S) est l'intersection du demi-plan ouvert de frontière (D_1) contenant le point O et du demi-plan ouvert de frontière (D_2) contenant le point I.

   Pour la représentation graphique du système (S) voir figure.

   b) Les couples $(2 ; 3)$, $(3 ; 4)$ et $(4 ; 5)$ sont trois couples solutions de (S) tels que $0 < x < 8$ et $y > 0$.



Exercices d’approfondissement

Situation complexe

Exercice 10

Le père de ton camarade de classe est un ouvrier d’une usine de cimenterie nouvellement crée dans la zone industrielle de Yopougon à Abidjan.

L’usine emploie au total 392 agents. Chaque soir, il y a une équipe de 20 hommes et 12 femmes qui monte et se repose le lendemain.

Le nombre d’hommes restant est égal au triple de celui des femmes restant.

Il sollicite son fils pour avoir une idée du pourcentage de femmes dans cette usine.

Informé tu t’organises pour aider ton camarade à répondre à la préoccupation de son père.

Apres avoir déterminer le nombre d’hommes et de femmes de cette usine, calcule le pourcentage de femmes dans l’usine.

Corrigé10

Pour calculer le pourcentage des femmes de l’usine, nous allons procéder comme suit :

1) Analyser l’énoncé ;
2) Choisir les inconnues ;
3) Traduire l’énoncé en langage mathématique ;
4) Déterminer les valeurs des inconnues par la résolution du système issu de la traduction mathématique de l’énoncé ;
5) Calculer le pourcentage de femmes de l’usine.

Analyse de l’énoncé

- On identifie ce que l’on cherche :

Le nombre d’hommes de l’usine ;
le nombre de femme de l’usine.

- On identifie ce que l’on connait :

- L'usine emploie au total 392 agents ;
- Chaque soir, 20 hommes et 12 femmes montent et se repose le lendemain ;
- Le nombre d'hommes restant est égal au triple de celui des femmes restant.

Choix des inconnus
On désigne par **x** le nombre d'hommes et par **y** le nombre de femmes.

Traduction de l'énoncé en langage mathématique

- Traduction des données sous forme d'équations :

- L'usine emploie au total 392 agents : $\mathbf{x + y = 392}$ **;**
- Chaque soir, 20 hommes et 12 femmes montent et se repose le lendemain et le nombre d'hommes restant est égal au triple de celui des femmes restant : $\mathbf{(x - 20) = 3(y - 12)}$.

- On définit le système :

$$\begin{cases} x + y = 392 \\ (x - 20) = 3(y - 12) \end{cases};$$

Ce qui est équivalent au système (S): $\begin{cases} x + y - 392 = 0 \\ x - 3y + 16 = 0 \end{cases}$.

Détermination des valeurs de x et y par la résolution du système
Soit le système (S): $\begin{cases} x + y - 392 = 0 \\ x - 3y + 16 = 0 \end{cases}$.
En utilisant la méthode par combinaison, la méthode par substitution ou même la méthode graphique on obtient le couple $(290\,;102)$comme unique solution du système (S).
L'usine emploie donc 290 hommes et 102 femmes.

Calcule du pourcentage de femmes de l'usine
Le pourcentage des femmes de l'usine est : $\frac{\text{nombre de femmes} \times 100}{\text{nombre total d'employers}} = \frac{102 \times 100}{392}$ % ;
soit 26,02 %.