Niveau : 1ères CDE

Discipline : PHYSIQUE-CHIMIE

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

THEME 1 : MECANIQUE

TITRE DE LA LEÇON : ENERGIE MECANIQUE

I. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Ossey élève en 1ère au Lycée Moderne d'Adzopé, après la classe de troisième, sait qu'un corps en mouvement possède deux formes d'énergies : l'énergie cinétique et l'énergie potentielle. La somme de ces deux énergies représente son énergie mécanique ou son capital énergétique. Son grand frère en Terminale, à Abidjan, l'informe au téléphone, que cette énergie mécanique, selon les forces qui s'exercent sur le solide, peut augmenter, diminuer ou rester constante.

Curieux d'en savoir d'avantage, il informe ses camarades de classe et ensemble, sous la conduite de leur professeur, ils se proposent de définir l'énergie mécanique d'un solide, de connaitre l'énergie mécanique d'un système et d'appliquer la conservation de l'énergie mécanique.

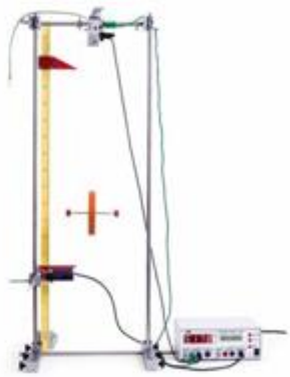
II. CONTENU DE LA LECON

1. ETUDE ENERGETIQUE DE LA CHUTE LIBRE D'UN SOLIDE

1.1. Expérience et résultats

On considère le dispositif ci-contre constitué de :

- 1 appareil à chute libre + accessoires.
- 1 horloge électronique.
- 1 bille en acier de masse m = 2 g.
- 1 électroaimant.
- 1 alimentation 6 V continue
- des fils de connexion.



On enregistre, à intervalles de temps égaux (τ = 20 ms), les positions successives d'un solide, de masse m = 2 g (0,002 kg), en chute libre sans vitesse initiale.

Déterminons, pour chaque position, les énergies cinétique et potentielle de pesanteur (la position A_9 étant prise comme position de référence) puis calculons leur somme.

Prenons g = 9,8 N/kg.

Les résultats figurent dans le tableau ci-après **:**

A_i	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
d_i (10^{-2} m)	0	0,20	0,79	1,77	3,15	4,90	7,06	9,60	12,55	15,88
h_i (10^{-2} m)	15,88	15,68	15,09	14,11	12,73	10,94	8,82	6,28	3.33	0

1.2. Exploitation

A_i	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9
d_i (10^{-2} m)	0	0,20	0,79	1,77	3,15	4,90	7,06	9,60	12,55	15,88
v_i($m.s^{-1}$)	**0**	**0,20**	**0,39**	**0,59**	**0,78**	**0,98**	**1,18**	**1,37**	**1,57**	
v_i^2($m^2.s^{-2}$)	**0**	**0,04**	**0,15**	**0,35**	**0,61**	**0,96**	**1,38**	**1,88**	**2,46**	
E_C (10^{-3} J)	**0,00**	**0,04**	**0,15**	**0,35**	**0,61**	**0,96**	**1,38**	**1,88**	**2,46**	
h_i(10^{-2} m)	15,88	15,68	15,09	14,11	12,73	10,94	8,82	6,28	3.33	0
E_P (10^{-3} J)	**3,11**	**3,07**	**2,96**	**2,77**	**2,50**	**2,14**	**1,73**	**1,23**	**0,65**	**0,00**
$E_C + E_P$ (10^{-3} J)	**3,11**	**3,11**	**3,11**	**3,12**	**3,11**	**3,10**	**3,11**	**3,11**	**3,11**	

1.3. Conclusion

Au cours d'une chute libre, la somme des énergies cinétique et potentielle de pesanteur d'un solide **demeure constante**. On a : $E_C + E_P = Cte$

2- DEFINITION DE L'ENERGIE MECANIQUE

L'énergie mécanique d'un système est égale à **la somme** de son énergie cinétique et de son énergie potentielle : $E_M = E_C + E_P$

E_M s'exprime en joule (J)

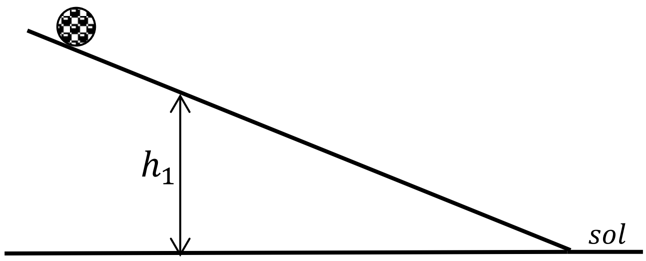
Remarques :

- Pour un solide de masse m, situé à une altitude z dans le champ de pesanteur, en translation avec une vitesse v, on a : $E_M = \frac{1}{2}mv^2 + mgz$
- Pour un solide de masse m, en translation horizontale avec une vitesse v, accroché à un ressort d'allongement x, on a : $E_M = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

Activité d'application

Un solide de masse m = 200 g, considéré comme ponctuel, descend un plan incliné suivant un axe rectiligne (voir figure)

À l'altitude h_1= 4 m, il atteint la vitesse v_1 =1,25 ms^{-1}. Les frottements sont négligés au cours de cette descente



Le sol est la position de référence des énergies potentielles de pesanteur, $g = 10\ N.kg^{-1}$.

Calcule à la hauteur h_1 :

1- son énergie cinétique E_C;
2- son énergie potentielle de pesanteur E_P;
3- son énergie mécanique E_M.

Solution

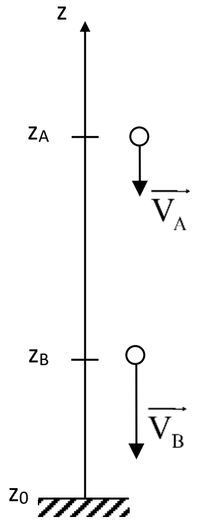
1-Energie cinétique : $E_C = \frac{1}{2} m v_1^2 = 0,16$ J

2-Energie potentielle de pesanteur : $E_p = mgh_1 = 8$ J

3-Energie mécanique : $E_M = E_C + E_P = 8,16$ J

3- CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE

3.1- Cas d'un solide en chute libre



Soit un solide (S) de masse m en chute libre.

Le niveau du sol est pris comme niveau de référence.

Entre les positions A et B on a :

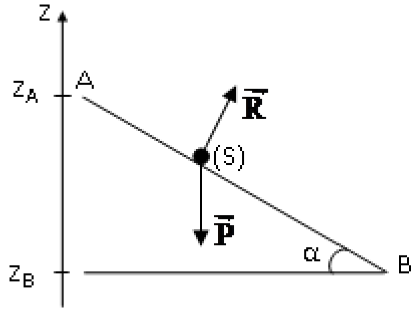
$$\Delta E_C = E_{C_B} - E_{C_A} = W_{AB}(\vec{P})$$
$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(z_A - z_B)$$
$$\frac{1}{2}mV_B^2 + mgz_B = \frac{1}{2}mV_A^2 + mgz_A$$
$$\text{soit} \quad E_{C_B} + E_{P_B} = E_{C_A} + E_{P_A}$$
$$E_{M_B} = E_{M_A}$$

ou encore $E_{M_B} - E_{M_A} = \Delta E_M = 0$

Au cours de la chute libre, l'énergie mécanique du solide (S) **reste constante** : on dit qu'elle **se conserve**.

3.2- Cas d'un solide sur plan incliné

Un solide (S), de masse m, glisse sans frottements le long de la ligne de plus grande pente d'une piste AB inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.



Déterminons la variation de son énergie mécanique.

Système : le solide (S)

Bilan des forces : Poids $\vec{P}$; réaction $\vec{R}$.

Les positions initiale et finale sont respectivement A et B.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = \sum W_{\vec{F}_{ext}}$$
$$\Delta E_C = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R})$$
$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(z_A - z_B) \; ; W_{AB}(\vec{R}) = 0\,J \; car \;\; \vec{R} \perp \overrightarrow{AB} \; .$$
$$E_{C_B} + E_{P_B} = E_{C_A} + E_{P_A}$$
$$E_{M_B} = E_{M_A} \quad \text{soit} \;\; \Delta E_M = 0$$

Sur un plan incliné où les frottements sont nuls, l'énergie mécanique du solide (S) **reste constante** : on dit qu'elle **se conserve**.

3.3- Conditions de conservation de l'énergie mécanique

En l'absence de forces de frottement, l'énergie mécanique d'un système se conserve (**$\Delta E_M = 0$**). Le système est dit **conservatif** ($\vec{P}$ est une **force conservative**).

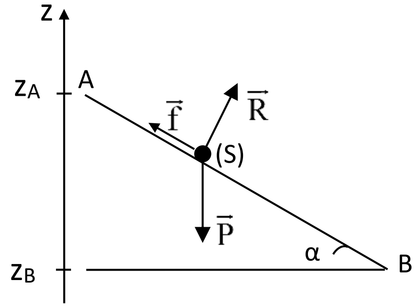
4- NON CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE

Le solide (S), de masse m, en plus de son poids $\vec{P}$ et de la réaction normale $\vec{R}$, est maintenant soumis, sur le parcours AB, à l'action des forces de frottements assimilées à une force unique $\vec{f}$ opposée au mouvement.

Déterminons la variation de son énergie mécanique.

Système : le solide (S)

Bilan des forces : Poids $\vec{P}$; réaction $\vec{R}$; force de frottements $\vec{f}$.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre A et B.

On a : $\Delta E_C = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) + W_{AB}(\vec{f})$ avec $W_{AB}(\vec{R})$= 0 J

$\Delta E_C - W_{AB}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{f})$ or $\Delta E_P = -W_{AB}(\vec{P})$

On a donc : $\Delta E_C + \Delta E_P = W_{AB}(\vec{f})$

soit $\Delta E_M = W_{AB}(\vec{f})$

Lorsqu'il existe **des forces de frottements**, la variation de l'énergie mécanique est **non nulle** : on parle de **non conservation** de l'énergie mécanique.

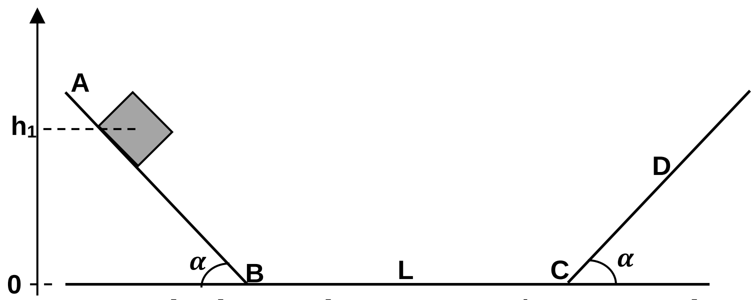
Remarque : Les forces de frottement représentées par la force unique $\vec{f}$ sont opposées au sens du mouvement. Le travail de cette force est **résistant**.

On a donc $\Delta E_M = W_{AB}(\vec{f}) < 0$: le système **perd** de l'énergie: on dit qu'il est **dissipatif.**

($\vec{f}$ est une **force non conservative**).

SITUATION D'EVALUATION

Ton ami étudie le mouvement d'un cube de masse m = 1 kg et qui glisse le long du profil ABCD représenté ci-dessous. Les plans AB et CD sont inclinés du même angle α = 30° sur l'horizontale. Les déplacements du cube s'y effectuent sans frottement. Sur la partie horizontale BC, le cube est soumis à une force de frottements $\vec{f}$, parallèle au déplacement mais de sens opposé et d'intensité f = 3,92 N.



Il lâche le cube sans vitesse sur le plan AB d'une position où son centre d'inertie est situé à la hauteur h_1 = 1 m au-dessus du niveau BC = L= 2m, g = 9,8 N.kg^{-1}.

Tu prendras l'énergie potentielle du solide égale à zéro lorsqu'il est en contact avec la partie BC.

Éprouvant des difficultés, il te sollicite pour l'aider dans cette étude.

1 - Donne l'expression de l'énergie potentielle E_{P1} du cube au départ.

2- Calcule au départ du mouvement,

2-1 l'énergie potentielle E_P du cube ;

2-2 l'énergie mécanique E_{M1} du cube.

3 - Détermine :

3-1 l'énergie mécanique E_{M2} du cube lorsqu'il arrive en C ;

3-2 la vitesse du cube en C ;

3-3 la hauteur h_2 à partir de laquelle le cube va faire demi-tour le long du plan CD.

Solution

1- Expression de l'énergie potentielle du cube au départ

$E_{P1} = mgz = mgh_1$

2-

2-1 Énergie potentielle au départ du mouvement:

$E_{P1} = mgh_1 = 9{,}8$ J.

2-2 Énergie mécanique au départ:

$E_{M1} = E_{C1} + E_{P1} \Rightarrow E_{M1} = 0 + E_{P1} = 9{,}8$ J.

3-

3-1 Énergie mécanique E_{M2} en C:

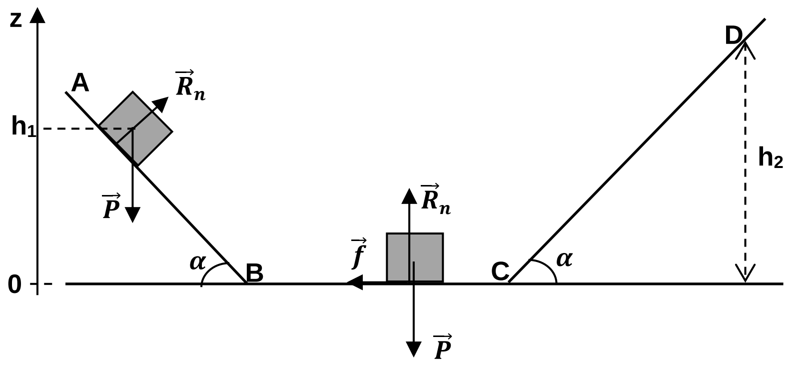
• Entre A et B, le système (Solide + Terre) est conservatif car il n'y a pas de frottement d'où : $E_M(B) = E_{M1}$.

• Entre B et C, la variation de l'énergie mécanique due aux frottements est:

$\Delta E_M = E_{M2} - E_{M1} = W(\vec{f})$

or $W(\vec{f}) = -f.L$ d'où :

$E_{M2} = E_{M1} - f.L = 1{,}96$ J



3-2 Vitesse du solide en C

$E_{M2} = E_C(C) + E_P(C)$ or $E_P(C) = 0$

d'où $E_{M2} = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{2E_2}{m}} = 2$ m.s^{-1}.

3-3 Hauteur h_2:

Entre C et le point d'arrêt le système est de nouveau conservatif car le déplacement s'effectue sans frottement. L'énergie mécanique E'_{M2} au point de rebroussement est donc:

$E'_{M2} = 0 + mgh_2 = E_{M2} \Rightarrow h_2 = \frac{E'_{2M}}{mg} = 0{,}2$ m.

III. EXERCICES

Exercice 1

Une boule de masse m = 500 g, est lancée verticalement avec une vitesse v = 5 m.s^{-1}, d'une hauteur h = 3 m par rapport au sol.

Calcule l'énergie mécanique de la boule à l'instant du lancement.

Donnée: g = 10 N.kg^{-1}.

Solution

Niveau de référence : le sol $E_m = E_C + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = 21{,}25$ J.

Exercice 2

Un rocher de masse m =300 kg se détache d'une falaise. L'altitude initiale du rocher est H = 240 m par rapport au niveau de la mer.

1 - Détermine l'énergie mécanique initiale de ce rocher par rapport au niveau de la mer.

2 - Le rocher tombe en chute libre (résistance de l'air négligeable).

2-1 Détermine l'énergie cinétique du rocher à l'altitude $\frac{H}{4}$.

2-2 Calcule son énergie potentielle à cette altitude ainsi que sa vitesse.

Solution

1 - Energie mécanique initiale du rocher

$E_{mi} = E_{Ci} + E_{pi} = 0 + mgH \Rightarrow E_{mi} = mgH = 720$ kJ

2 - a) Détermination de l'énergie cinétique du rocher

Le système (terre + rocher) est conservatif $\Rightarrow$ E_m reste constante :$\Rightarrow E_{mi} = Em\left(\frac{H}{4}\right)$

$\Rightarrow mgH = E_C\left(\frac{H}{4}\right) + mg\frac{H}{4} \Rightarrow E_C\left(\frac{H}{4}\right) = mg\left(H - \frac{H}{4}\right) = \frac{3}{4}mgH$ $E_C\left(\frac{H}{4}\right) = 540$ kJ.

b) Energie potentielle à l'altitude $\frac{H}{4}$

$E_p = mg\frac{H}{4} = 180$ kJ ou encore $E_p = E_{m_i} - E_C\left(\frac{H}{4}\right) = 720 - 540 = 180$ kJ.

Vitesse du rocher à l'altitude $\frac{H}{4}$

$E_C\left(\frac{H}{4}\right) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{4}mgH \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3}{2}gH} = 60$ m.s^{-1}.

EXERCICE 3

Pour les propositions suivantes :

1. L'énergie potentielle de pesanteur d'un corps dépend :
   a. de son altitude ;
   b. de sa masse ;
   c. de sa vitesse.
2. Données : g = 10 N.kg^{-1} ; On choisit un axe (Oz) orienté vers le haut. L'énergie potentielle de pesanteur étant choisie comme nulle au niveau de la mer, celle d'un plongeur de masse 100 kg à la profondeur de 50 m a une valeur de :
   a. 50 J ;
   b. 5,0×104 J ;
   c. - 50 kJ.
3. Un système est dit conservatif si :
   a. son énergie cinétique se conserve ;
   b. son énergie potentielle de pesanteur se conserve ;
   c. son énergie mécanique se conserve.

Recopie à chaque fois le chiffre suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

corrigé

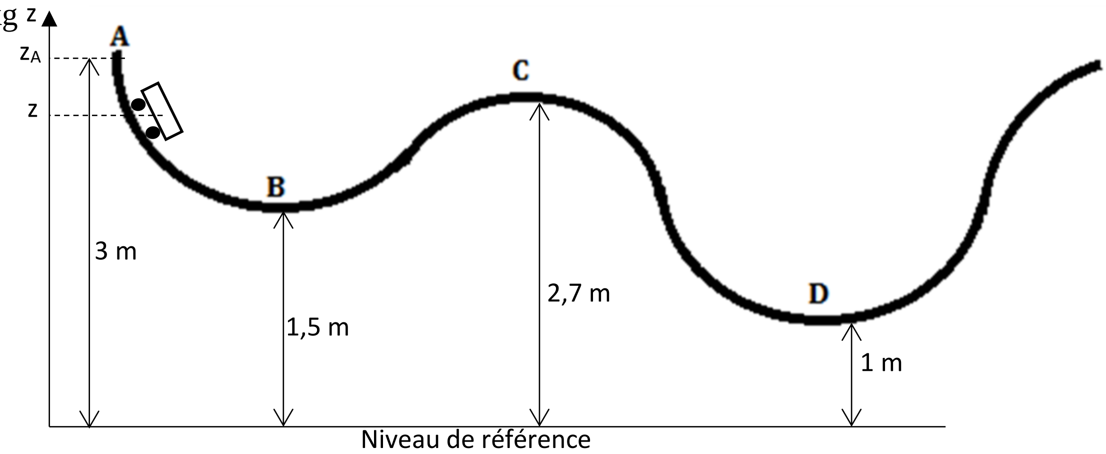
: 1.a ; 2. c; 3.c

Exercice 4

Afin de vérifier l'acquisition des habiletés installées, votre professeur vous soumet la figure ci-dessous. Une voiturette part de A sans vitesse et glisse sur une piste lisse ABCD. Les actions de l'air et les frottements dus à la piste sont négligeables. La voiturette munie de sa charge sera assimilée à un solide de masse m.

Le professeur vous demande d'étudier le mouvement de la voiturette.

Donnée : g = 10 N/kg



1. Donne l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur de la voiturette par rapport au niveau de référence.
2. Détermine sa vitesse lors de son passage par la bosse C et le creux D.
3. Précise la position pour laquelle l'énergie cinétique est maximale.
4. Montre par la conservation de l'énergie mécanique qu'au-delà de D, le solide ne peut pas dépasser un point F dont l'altitude sera précisée.

Solution

1. Expression de l'énergie potentielle de pesanteur de la voiturette.

E_{P_P} = mgz

2. Détermine sa vitesse lors de son passage par la bosse C et le creux D.

Les frottements de l'air et de la piste sont négligeables ⇒ Le système (voiturette + Terre) est conservatif:

E_m = cte. ⇒ E_m (A) = E_m(C) ⇒ $mgz_A = E_C(C) + E_{PP}(C) = \frac{1}{2}mV_C^2 + mgz_C$

$\Rightarrow V_C = \sqrt{2g(z_A - z_C)} = \sqrt{2 \times 10 \times (3 - 2{,}7)} = 2{,}45\ m.s^{-1}$

De même on a : $E_m(A) = E_m(D) \Rightarrow V_D = \sqrt{2g(z_A - z_D)}$ $V_D = \sqrt{2 \times 10 \times (3 - 1)} = 6{,}32\ m.\ s^{-1}$.

3. Position pour laquelle l'énergie cinétique est maximale.

Soit z, la cote de ce point. $E_m(A) = E_m$ ⇒ $mgz_A = E_C + mgz \Rightarrow E_C = mg(z_A - z)$

L'énergie cinétique est maximale si (z_A - z) est maximale, soit z minimale. Cela correspond à la position D.

4. Montrons qu'au-delà de D, le solide ne peut pas dépasser un point F.

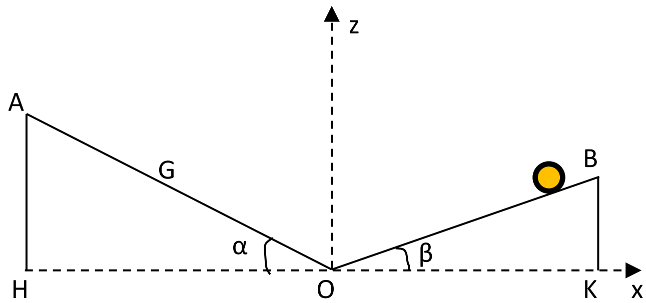
Au point F, le solide doit s'arrêter ; $E_C(F) = 0$. Puisque le système est conservatif

$E_m(A) = E_m(F)$ d'où $mgz_A = E_C(F) + mgz_F \Rightarrow mgz_A = mgz_F \Rightarrow z_A = z_F = 3$ m.

Les points A et F sont au même niveau.

Exercice 5

Ton voisin de classe se propose d'étudier le glissement d'un solide S de masse m = 40 g sur deux plans inclinés OA et OB. $\alpha = 40°$, $\beta = 30°$, H et K sont des projections de A et B sur l'axe Ox. (Voir figure ci-dessous) Le solide est laché au point B sans vitesse initiale et glisse sans frottement.



OH = OK = d = 10 cm, g = 10 N/kg.
Le niveau de référence est celui du point O, d'altitude zéro.
Ayant des difficultés, il te sollicite pour l'aider.

1. Dis comment varie E_m au cours du mouvement de S.
2. Détermine l'énergie mécanique E_m de S au point B en fonction de m, g, d et β
3. Détermine la vitesse de la bille au passage au point O.
4. Détermine la hauteur z_G du point G où la vitesse du solide s'annule sur le plan incliné OA.

Solution

1.1 Expressions des altitudes z_B et z_A,

$z_B = OK\tan\beta$ et $z_A = OH\tan\alpha$

1.2 Energies potentielles de pesanteur du solide

- en B : Epp (B) = $mgz_B = mgOK\tan\beta$
- en A : Epp (A) = $mgz_A = mgOH\tan\alpha$

2.

2.1 Energie mécanique totale E = Epp(B) + Ec(B) = $mgOK\tan\beta$

2.2 E reste constante

3. Vitesse de la bille au passage au point O.

Conservation de l'énergie mécanique : E_m (O) = E_m (B)

$\frac{1}{2}mV_O^2 = mgOK\tan\beta \implies V_O = \sqrt{2gOKtan\beta}$

A.N. $V_O = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}1tan30°}$ $V_O = 1{,}1\ m/s$

4. Hauteur z_G du point G où la vitesse du solide s'annule sur le plan incliné OA.

En G, $V_G = 0$ d'où : Epp(G) = Em(B)

$mg\,z_G = mgOK\tan\beta$

$z_G = OK\tan\beta$ $z_G = 0{,}1\tan 30° = 0{,}058$ m

IV. DOCUMENTATION

L'**énergie mécanique** est une quantité utilisée en mécanique classique pour désigner l'énergie d'un système emmagasinée sous forme d'énergie cinétique et d'énergie potentielle. C'est une quantité qui est conservée en l'absence de force non conservative appliquée sur le système. L'énergie mécanique n'est pas un invariant galiléen et dépend donc du référentiel choisi.

L'énergie mécanique est entièrement déterminée si l'on connaît la vitesse et la position du système.

Théorème de l'énergie mécanique

Dans un galiléen, pour un corps ponctuel de masse m constante parcourant un chemin reliant un point A à un point B, la variation d'énergie mécanique est égale à la somme des travaux W des forces non conservatives extérieures et intérieures qui s'exercent sur le solide considéré :

Ainsi, l'énergie mécanique d'un système soumis uniquement à des conservatives est conservée.

La dérivée par rapport au temps de l'énergie mécanique est égale à la puissance des forces non conservatives

Source : Wikipédia