MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

MON ECOLE A LA MAISON

SECONDAIRE

$1^{\text{ère}}$C
MATHEMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Durée : 10 heures   Code :

Compétence 2	**Traiter des situations relatives à la modélisation de phénomènes aléatoires, à l'organisation et aux traitements de données**
Thème 2	**Modélisation de phénomènes aléatoires**

Leçon 4 : **DENOMBREMENT**

A- SITUATION D'APPRENTISSAGE

Dans le cadre des compétitions de l'OISSU, un sponsor a remis un lot de maillots au Chef d'un établissement. Le professeur d'EPS de la classe de $1^{\text{ère}}$ scientifique a fourni à ce Chef d'établissement les informations suivantes :

Sur les 25 élèves régulièrement inscrits en $1^{\text{ère}}$ scientifique :

15 jouent au Handball ;

10 jouent au Basketball ;

5 pratiquent les deux sports.

Le premier lot de maillots parvenu n'étant pas suffisant pour tous les élèves, le Chef d'établissement décide de dénombrer les élèves de 1ère scientifique qui ne pratiquent aucun sport. Il se rend dans la classe afin de procéder au comptage. Malheureusement, ayant terminé leur cours du jour, la plupart des élèves des élèves sont rentrés chez eux.
Vu l'urgence et dans le souci d'avoir le nombre exact de maillots restants pour cette classe, il sollicite les élèves de la classe présents. Ceux-ci s'organisent pour répondre à la préoccupation du Chef d'établissement.

B-RESUME DE COURS

1. ENSEMBLE FINI

1.1 Cardinal d'un ensemble fini

Définition

On appelle cardinal d'un ensemble fini E le nombre d'éléments de E.

On note : **Card (E).**

Exemple : A= {0 ; 1 ; 2 ; 3}

Card (A) = 4

1.2 Réunion et intersection de deux ensembles

Définitions

- Soit A et B deux ensembles.
  On appelle réunion de A et B, l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B.
  On note $A \cup B$ et on lit : A union B.

- Soit A et B deux ensembles.
  On appelle intersection de A et B, l'ensemble des éléments qui appartiennent à la fois à A et à B.
  On note $A \cap B$ et on lit : A inter B.
  Exemple
  On donne A= {3 ; h ; * ; 5} et B= {8 ; * ; 1}

On a alors : $A \cup B = \{3; h; * ; 5; 8; 1\}$ et $A \cap B = \{*\}$

Propriété

Soit A et B deux ensembles finis.

$\text{Card}(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$.

Exercice de fixation

On considère les ensembles E et F tels que $Card(E) = 30$, $Card(F) = 25$ et $Card(E \cap F) = 15$
Détermine $Card(E \cup F)$

Solution

$Card(E \cup F) = Card(E) + Card(F) - Card(E \cap F)$
On a : $Card(E \cup F) = 30 + 25 - 15 = 40$

1.3 Complémentaire d'un ensemble

Définition

Soit E un ensemble et A un sous ensemble de E.
On appelle complémentaire ou partie complémentaire de A dans E, l'ensemble des éléments de E qui n'appartiennent pas à A.
On note : C_E^A ou $\overline{A}$ lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté.

Exemple

Soit A et E deux ensembles tels que E = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} et

A= {0; 2; 4; 6; 8}.

le complémentaire de A dans E est :

$\overline{A} = C_E^A$ = {1; 3; 5; 7; 9}

Propriété 1

Soit E un ensemble et A une partie de E. On a :
$A \cup C_E^A$ = E
$A \cap C_E^A = \emptyset$

Exercice de fixation

On donne B et A deux parties d'un ensemble E tel que $B = \overline{A}$ et

A={2 ; 3 ; 6} et B={t ; 4 ; v ;y}.

Ecris l'ensemble E.

Solution

$A \cup B$= $A \cup C_E^A = E$ alors E= {2 ; 3 ; 4 ; 6 ; t ; v ; y}

Propriété 2

Soit A une partie d'un ensemble E et $\overline{A}$ le complémentaire de A dans E.

On a : $card(E) = card(A) + card(\overline{A})$

Exercice de fixation

On donne B et A deux parties d'un ensemble E tel que $B = \overline{A}$ et

A={2 ; 3 ; 6} et $card(E) = 12$

Trouve le cardinal de l'ensemble B.

Solution

$card(E) = card(A) + card(B)$ donc $card(B) = card(E) - card(A) = 12 - 3 = 9$.

1.4 **Produit cartésien de deux ensembles**

Définition

Soit A et B deux ensembles.
On appelle produit cartésien de A par B, l'ensemble des couples (a ; b) tels que $a \in A$ et $b \in B$.
Notation : Le produit cartésien de A par B se note : $A \times B$

(et se lit : A croix B).

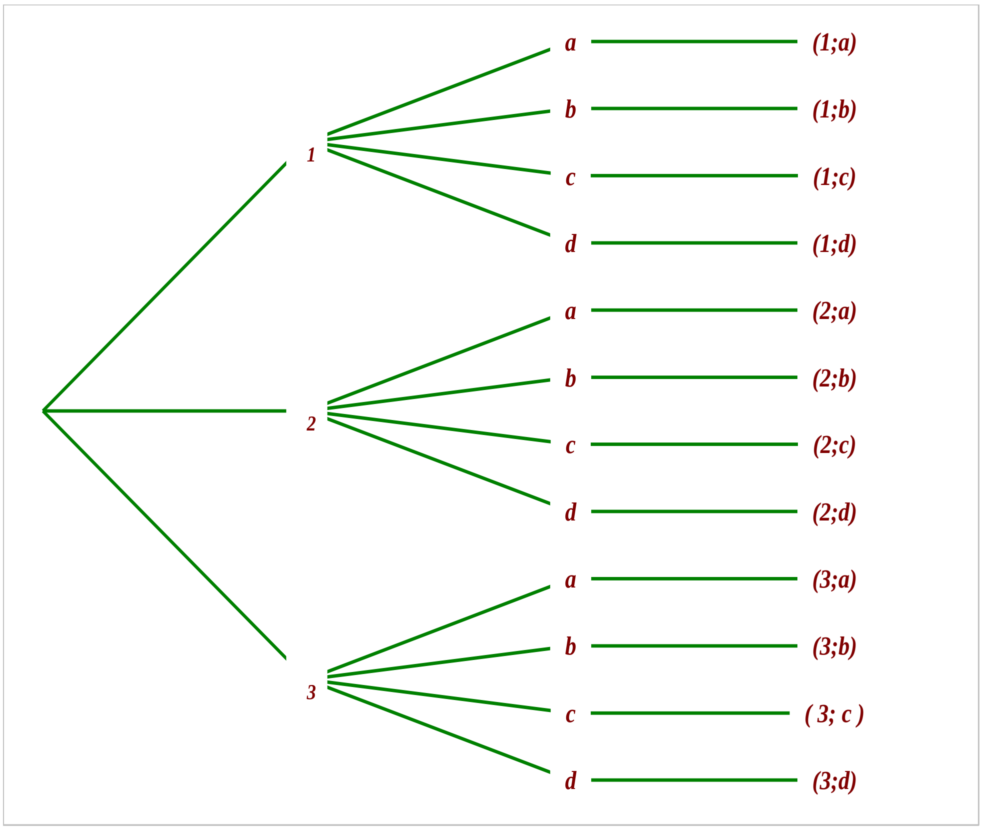
Exemple

Soit A et B des ensembles telle que A = {1 ; 2 ; 3} et B = {a ; b ; c ; d}

Les éléments du produit cartésien de A×B sont :

(On pourra utiliser un arbre de choix ou un tableau à double entrées)

- Arbre de choix



- Tableau à double entrées

A \ B	a	b	c	d
1	(1 ;a)	(1 ;b)	(1 ;c)	(1 ;d)
2	(2 ;a)	(2 ;b)	(2 ;c)	(2 ;d)
3	(3 ;a)	(3 ;b)	(3 ;c)	(3 ;d)

AxB ={ (1 ; a); (1 ; b) ; (1 ; c) ; (1 ; d) ; (2 ; a) ; (2 ; b) ; (2 ; c) ; (2 ; d) ; (3 ; a) ; (3 ; b) ; (3 ; c) (3 ; d) }.

Remarques

- De la même manière, on définit A $\times B \times C$ l'ensemble des triplets $(a; b; c)$ où $a \in A$, $b \in B$ et $c \in C$.
- A $\times A$ se note A^2, A $\times A \times A$ se note A^3.
- Soit n est un entier supérieur ou égal à 2

$A \times A \times \ldots \times A = A^n$ (A apparaît n fois dans le produit)
Les éléments de A^n sont n éléments x_1 ; $x_2; \ldots et\ x_n$ de A totalement ordonnés. On les note $(x_1;\ x_2;\ \ldots;\ x_n)$.
x_1 est premier ; x_2 est deuxième ;… x_n est n-ième.
Lorsque $x_1 \neq x_2$ on a : $(x_1;\ x_2;\ \ldots;\ x_n) \neq (x_2;\ x_1;\ \ldots;\ x_n)$ en particulier : $(a; b) \neq (b; a)$ ainsi, dans un couple l'ordre des éléments est très important.

Propriété

Pour tous ensembles finis A et B, on a :

Card(A × B) = Card(A) × Card(B).

Exercice de fixation

Soit E et F deux ensembles tels que : card(A) = 5 et card(F) = 8.
Détermine Card(E × F).

Solution

Card(E × F) = 5 × 8 = 40

Conséquence

Pour tout ensemble fini A, pour tout entier naturel p non nul,

Card $(A^p) = [Card(A)]^p$.

Exercice de fixation

On lance au hasard trois fois de suite un dé parfait en notant à chaque lancer le numéro de la face supérieure.
Détermine le nombre de résultats possibles.

Solution

Posons E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, Card(E) = 6.
Chaque résultat est un élément de E^3.
Soit N le nombre résultats possibles.
$N = 6^3$
$= 216$

2. P-UPLETS, ARRANGEMENTS, PERMUTATIONS

2.1 Définition

Soit E un ensemble à n éléments et p un nombre entier naturel non nul.

On appelle p-uplet de E tout élément de l'ensemble E^P .

Cas particuliers
p = 2 : On parle de couple ;
p = 3 : On parle de triplet ;

p = 4 : On parle de quadruplet.

Exemple

On donne E= {0 ; 5 ; 6}.

(0 ;0 ; 1) ; (0 ; 5 ; 6) sont des 3-uplets ou triplets de l'ensemble E^3.

2.1 Propriété

Le nombre de *p*-uplet(s) d'un ensemble à *n* éléments est égal à n^P.

Remarque : Dans les p-uplets, un élément peut apparaitre plusieurs fois (répétition possible) et l'ordre dans lequel les éléments apparaissent est important.

Exercice de fixation

Détermine le nombre de numéros de téléphones de 8 chiffres puis de 10 chiffres qu'on peut former avec les nombres du système décimal.

Solution

Le système décimal étant composé des chiffres : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 soit 10 chiffres.

- Pour 8 chiffres : Chaque chiffre pouvant être répété, le nombre de numéros de téléphone de 8 chiffres est un 8-uplet dans 10 soit 10^8 numéros
- Pour 10 chiffres : Chaque chiffre pouvant être répété, le nombre de numéros de téléphone de 10 chiffres est un 10-uplet dans 10 soit 10^{10} numéros.

3 Arrangements

3.1 Définition

Soit E un ensemble à *n* éléments et *p* un entier naturel tel que : $1 \leq p \leq n$.

On appelle arrangement de *p* éléments de E tout *p*-uplet d'éléments de E deux à deux distincts.

Exemple

E = $\{a; 1; 4; b; 9; c\}$

$(1; a; 4; 9)$; $(b; c; 9; 1)$; $(9; a; 4; 1)$ sont trois arrangements de 4 éléments de E.

Par contre (b ; 4 ; b) ; (9; b ;9) sont des triplets qui ne sont pas des arrangements de E.

3.2 **Propriété**

n et p sont deux entiers naturels tels que $1 \leq p \leq n$. Le nombre d'arrangements de p éléments dans un ensemble à n éléments est égal à A_n^p.

$$A_n^p = n \times (n-1) \times \ldots \times (n-p+1)$$

NB : Le nombre d'arrangement de p éléments dans un ensemble à n éléments est égal au produit de p nombres entiers naturels consécutifs dont le plus grand est n.

Remarque : Dans les arrangements, un élément ne peut apparaitre qu'au plus une fois (répétition impossible) et l'ordre dans lequel les éléments apparaissent est important.

Exercice de fixation

Calcule A_{10}^4 et A_7^5

Solution

$A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 4$ (Produit de 4 nombres entiers naturels consécutifs dont le plus grand est 10)

$A_7^5 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$

(Produit de 5 nombres entiers naturels consécutifs dont le plus grand est 7)

Cas particulier :$A_n^1 = n$; Par convention $A_n^0 = 1$;

4 Permutation

4.1 Définition

Soit E un ensemble à n éléments. On appelle permutation de E tout arrangement des n éléments de E.

Exemple

(0 ; 1 ; 6) ; (6 ;0 ;1) ; (0 ;6 ;1) sont des permutations de l'ensemble A = {0 ;1 ;6}.

4.2 Propriétés

Propriété1

Le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments est A_n^n.

$A_n^n = n \times (n-1) \times (n-2) \dots \times 2 \times 1$

Exercice de fixation

Détermine le nombre de mots ayant un sens ou non, que l'on peut former à partie des lettres du nom KENDAL.

Solution

Il s'agit d'une permutation des 6 lettres du nom KENDAL. Le nombre de mot est donc : $A_6^6 = 720$

Notation factorielle

$n \times (n-1) \times (n-2) \dots \times 2 \times 1$ se note $n!$ On lit factorielle n.

$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \dots \times 2 \times 1$

Exemple : $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

Propriété2

- Soit n et p deux nombres entiers naturels non nuls tels que : $1 \leq p \leq n$. On a $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
- $n! = A_n^n$

Exercice de fixation

Calcule le nombre de 4 arrangements dans 10.

Solution

On a : $A_{10}^4 = \frac{10\,!}{(10-4)\,!} = \frac{10!}{6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

5 COMBINAISONS

5.1 Définition

Soit E un ensemble à n éléments et p un nombre entier naturel tels que $p \leq n$. On appelle combinaison de p éléments de E tout sous- ensemble de E ayant p éléments.

Exemple

Les ensembles {0 ; e ; u}, {v ; e} sont des combinaisons de l'ensemble

A= {0 ;1 ; e ; v ; u}

Remarque

L'ensemble {d ; a ; c} possède les mêmes éléments que l'ensemble {a ; d ; c}. Ils sont donc égaux.

Par conséquent, contrairement aux listes, l'ordre d'écriture des éléments d'une combinaison n'a pas d'importance.

Cette absence d'importance de l'ordre est marquée par l'utilisation de l'écriture avec accolades, écriture réservées aux ensembles.

Par ailleurs, chaque élément ne peut apparaitre qu'au plus une fois

(répétition impossible).

5.2 Propriétés

Propriété 1

Le nombre de combinaisons de *p* éléments d'un ensemble à *n* éléments, noté

$C_n^p = \frac{A_n^p}{P!}$

$$C_n^p = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Exercice de fixation

Calcule le nombre de combinaisons de 5 dans 11.

Solution

$$C_{11}^5 = \frac{11!}{5!\,(11-5)!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!}$$

$$C_{11}^5 = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 11 \times 3 \times 7 = 231$$

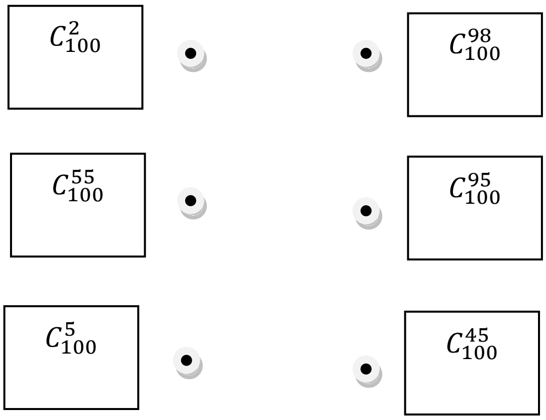
Propriété 2

Soit *n et p* deux nombres entiers naturels tels que : $p \leq n$.

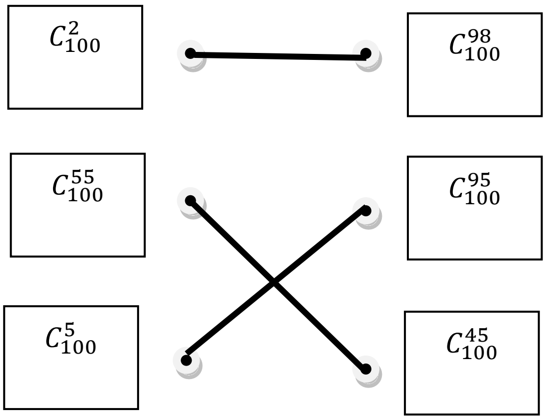
- On a: $C_n^{n-p} = C_n^P$.
- Si de plus 0 < p < n, alors on a : $C_{n-1}^{P-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$

Exercice de fixation

Relie ceux qui sont égaux entre eux.



Solution



5.3 <u>Tirages simultanés, tirages successifs sans remise, tirages successifs avec remise</u>

TIRAGES	SIGNIFICATION	MODELES
Simultanés de p parmi n $(0 \leq p \leq n)$	Tirer en même temps des p éléments dans n	C_n^P
Successifs sans remise de p parmi n $(0 \leq p \leq n)$	Tirer élément après élément sans remettre	A_n^p
Successifs sans remise de n parmi n	Tirer élément après élément sans remettre jusqu'à tirer les n éléments	n!
Successifs avec remise de p parmi n	Tirer élément le remettre et ainsi de suite	n^P

Vocabulaire

- Tirer au moins n éléments, c'est tirer un nombre plus grand ou égal à n. Cet ensemble a pour complémentaire « Tirer au plus $n-1$ »
- Tirer au plus n éléments, c'est tirer un nombre plus petit ou égal à n. Cet ensemble a pour complémentaire « Tirer au moins $n+1$ »

5.4 Binôme de Newton

Soit *a et b* deux nombres réels et n un nombre entier naturel non nul. On a :

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \, a^k b^{n-k}$.

$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \ldots + C_n^p a^{p-1} b^p + \cdots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n$

n =0 1

n=1 1 1

n=2 1 2 1

n=3 1 3 3 1

n=4 1 4 6 4 1

n=5 1 5 10 10 5 1

Les nombres 1 ; 2 ; 3 ; etc…..
sont les coefficients C_n^p

Exemples

$(a+b)^1 = 1.a + 1.b$

$(a+b)^2 = 1.a^2 + 2.ab + 1.b^2$

$(3+b)^4 = 1 \times 3^4 + 4 \times 3^3 b^1 + 6 \times 3^2 b^2 + 4 \times 3^1 b^3 + 1 \times b^4$

$(a-b)^5 = 1.a^5 - 5.a^4 b^1 + 10.a^3 b^2 - 10.a^2 b^3 + 5.a^1 b^4 - 1.b^5$

C- SITUATION D'EVALUATION

Les élèves d'un lycée souhaitent participer à la kermesse organisée par une société de la place.

Pour gagner des tee-shirts, il faut miser la somme de 20.000F avant de faire le tirage de deux cartons dans une urne contenant quatre cartons numérotés de 1 à 4. Le nombre de résultats possibles de chaque tirage correspond au nombre de tee-shirts gagnés. Les organisateurs de ce jeu proposent alors trois tirages au choix :

- "Tirer simultanément deux cartons de cette urne " ;
- "Tirer successivement sans remise deux cartons de cette urne" ;
- "Tirer successivement avec remise deux cartons de cette urne".

Après être informés, les élèves décident de connaitre le tirage le plus avantageux

Mais ne savent pas comment procéder. Il te sollicite.

Elève de première C , utilise tes connaissances mathématiques pour déterminer le tirage le plus avantageux.

Proposition de réponse

Pour résoudre cet exercice, je vais utiliser les dénombrements.

Je vais déterminer le type la formule appropriée pour chacun des trois tirages.

Je vais calculer le nombre de tee-shirts que propose chaque formule.

Je vais comparer ses différents résultats entre eux afin de trouver le tirage le plus avantageux.

- "Tirer simultanément deux cartons de cette urne " est une combinaison de 2 dans 4.
- ''Tirer successivement sans remise deux cartons de cette urne '' est un arrangement de 2 dans 4.
- "Tirer successivement avec remise deux cartons de cette urne" est un 2-liste.

- Pour le tirage 1, le nombre de tee-shirts est : $C_4^2 = 6$
- Pour le tirage 2, le nombre de tee-shirts est: $A_4^2 = 12$
- Pour le tirage 3, le nombre de tee-shirts est : $4^2 = 16$

16>12 et 16>6 alors :

Le tirage successif avec remise de deux cartons de cette urne est le plus avantageux.

D- EXERCICES

Exercice 1

Soit $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ *et* $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Compléter par : $\in$ ou $\notin$.

(0, 1) … … ..A x B ; (1, 3)… … … B x A ; (6, 0)… … .. B x A

(3,6) … … …. B x B ; (2, 3) … … .. A x B; (3,4) …….. B x A

Correction de l'exercice 1

$$(0;1) \notin A \times B \;;\quad (1;3) \notin B \times A \;;\quad (6;0) \in B \times A \;;$$

$$(3;6) \in B \times B \;;\quad (2;3) \in A \times B \;;\quad (3;4) \in B \times A$$

Exercice 2

Soit A et B, deux ensembles non-vides. On donne Card (A x B) = 12

Complète le tableau suivant :

Card (A)	1	6		3	6	
Card (B)			4			12

Correction de l'exercice 2

Card (A)	1	6	**3**	3	6	**1**
Card (B)	**12**	**2**	4	**4**	**2**	12

Exercice 3

Soit E un ensemble à n éléments et p un nombre entier naturel non nul.

Réponds par vrai (V) ou par faux (F) à chacune des affirmations suivantes :

N°	AFFIRMATION	Réponses
1	Tout p-uplet d'éléments d'un ensemble E est un élément de E^P	

2	(0, 1, 2, 3, 4) est un quadruplet d'éléments de $\{0, 1, 2, 3, 4\}$	
3	(0 ; 1 ; 2 ; 2 ; 0) est un élément de E^5 où E=$\{0, 1, 2\}$	
4	(0, 1, 0) est un couple d'éléments de $\{0, 1\}$	
5	L'ordre des éléments d'un p-uplet n'est pas important	
6	Un p-uplet peut contenir plusieurs fois le même élément.	

Correction de l'exercice 3

N°	AFFIRMATION	Réponses
1	Tout p-uplet d'éléments d'un ensemble E est un élément de E^P	Vrai
2	(0, 1, 2, 3, 4) est un quadruplet d'éléments de $\{0, 1, 2, 3, 4\}$	Faux
3	(0 ; 1 ; 2 ; 2 ; 0) est un élément de E^5 où E=$\{0, 1, 2\}$	Vrai
4	(0, 1, 0) est un couple d'éléments de $\{0, 1\}$	Faux
5	L'ordre des éléments d'un p-uplet n'est pas important	Faux
6	Un p-uplet peut contenir plusieurs fois le même élément.	Vrai

Exercice 4

Le code secret d'un téléphone portable est composé de 4 chiffres tapés sur un clavier numérique comportant les chiffres 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 et 9.

Détermine le nombre de codes possibles.

Correction de l'exercice 4

Méthode 1

Les chiffres sont en ordre avec la possibilité de répétition d'un même chiffre.
Soit N le nombre cherché.
N est le nombre de quadruplets d'un ensemble à 10 éléments.
D'où, $N = 10^4$
$= 10\ 000$

Méthode 2

Pour le premier chiffre du code, on a 10 choix possibles;
Pour le 2ème chiffre du code, on a 10 choix possibles;
Pour le 3ème chiffre du code, on a 10 choix possibles;
Pour le 4ème chiffre du code, on a 10 choix possibles.
Soit N le nombre cherché.

$N = 10 \times 10 \times 10 \times 10$
$= 10^4$
$= 10\ 000$

Exercice 5

Un parking comprend cinq (5) places disponibles. Trois automobilistes se présentent au parking et doivent stationner au hasard l'un après l'autre. Chaque véhicule ne peut occuper qu'une seule place.

Détermine le nombre de rangements possibles.

Correction de l'exercice 5

Méthode 1

Il s'agit de prendre 3 pistes parmi 5 sans prendre une même plus d'une fois.
D'où, un rangement des 3 véhicules est un arrangement de 3 parmi 5.
Soit N le nombre cherché.

$N = A_5^3$
$= 60$

Méthode 2

Pour le premier véhicule, on a 5 choix possibles ;
Pour le 2ème véhicule, on a 4 choix possibles ;
Pour le 3ème véhicule, on a 3 choix possibles ;
Soit N le nombre cherché.

$N = 5 \times 4 \times 3$
$= 60$

Exercice 6

Dans un jeu de 32 cartes, chaque joueur reçoit 8 cartes.

Détermine le nombre de ‘’main’’ que l’on peut obtenir à partir de 32 cartes.

Une ‘’main’’ est un sous ensemble de huit cartes prises permis 32.

Correction de l’exercice 6

Une ‘’main’’ est un sous ensemble de huit cartes prises permis 32, ici l’ordre n’est pas important. On a donc affaire à un tirage simultané.

Le nombre de ‘’main’’ possible est donc une combinaison de 8 parmi 32 :$C_{32}^{8} =$

Exercice 7

Une urne contient cinq (5) boules indiscernables au toucher et de couleurs différentes (noire, blanche, verte, rouge, bleue). On tire simultanément trois boules.

Détermine le nombre de tirage possibles.

Correction de l’exercice 7

On tire simultanément trois boules parmi 5, alors c’est une combinaison de 3 dans 5 :

$$C_5^3 = 10$$

Exercice 8

On dispose d’un jeu de 32 cartes. On en prend simultanément 8, ce qui constitue une « main ».

a) Combien y a-t-il de mains différentes ?

Dénombre les mains qui contiennent :

b) Exactement deux as.
c) Aucun as.
d) Au moins un as.
e) Au plus deux as.
f) Exactement deux cœurs et trois piques.
g) Exactement deux cœurs, trois piques et un trèfle.

Correction de l’exercice 8

Le modèle mathématique utilisé est la combinaison

a) Le nombre de mains est une combinaison de 8 cartes dans 32 soit C_{32}^{8}= 10.518.300 mains.
b) Il y a 4 as. Donc le nombre de mains contenant exactement deux as est : $C_4^2 \times C_{28}^6 = 6 \times 26 \times 23 \times 14 \times 9 \times 5 = 2.260.440$
c) Il n'y pas d'as, donc le tirage se fait dans 28 cartes soit C_{28}^{8}= 3.108.105 mains.
d) Le complémentaire, c'est aucun as, donc le nombre de mains est : $C_{32}^8 - C_{28}^8$ =10.518.300−3.108.105 = 7.410.195 mains
e) Soit zéro as, soit un as, soit deux as, donc le nombre de mains est

$C_{28}^8 + C_4^1 \times C_{28}^7 + C_4^2 \times C_{28}^6$ = 3.108.105 + 4×1.184.040 + 6×376.740 =10.104.705

f) Il y a 8 cœurs et 8 piques, donc le nombre de mains est $C_8^2 \times C_8^3 \times C_{16}^3$= 28×168×280 = 1.317.120
g) Il y a 8 cœurs, 8 piques et 8 trèfles, donc le nombre de mains est $C_8^2 \times C_8^3 \times C_8^1 \times C_8^2$ = 28×56×8×28 = 351232.