MINISTÈRE DE L’EDUCATION NATIONALE
ET DE L’ALPHABETISATION

REPUBLIQUE DE COTE D’IVOIRE

Union – Discipline – Travail

MENET - FP

INISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT TECHN
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

MON ECOLE A LA MAISON

SECONDAIRE

1ère C
MATHEMATIQUES

CÔTE D’IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Durée : 10 heures Code :

Compétence 1 **Traiter des situations relatives aux calculs algébriques et aux fonctions**

Thème 2 **Fonctions**

Leçon 3: GENERALITES SUR LES FONCTIONS

A-SITUATION D’APPRENTISSAGE

Une Petite et Moyenne Entreprise (PME) emploie 6 personnes. Le Directeur est payé à 200 000 F CFA, le comptable à 150 000 F CFA et les 4 autres employés à 70.000 CFA chacun. Vu l’accroissement des activités de la PME, le propriétaire décide d’embaucher de nouveaux employés qu'il veut aussi payer à 70 000F chacun. La condition fixée par les bailleurs de fonds est que le salaire moyen de tous ceux qui travaillent doit être supérieur à 80 000 F CFA. Le propriétaire veut savoir le nombre de personnes qu'il peut embaucher sans changer les salaires. Il en parle à son fils qui est en classe de première scientifique. Ce dernier, soucieux d'aider son père, pose le problème à son professeur de mathématiques qui affirme qu'il est possible de résoudre ce problème

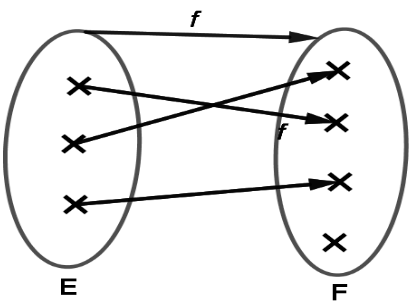
B- CONTENU DE LA COURS

I- Applications

1. Définition

Une application, d'un ensemble E dans un ensemble F (ou de E vers F) est une correspondance, qui à tout élément x de E associe un élément y de l'ensemble F. y est appelé l'image de x par f et se note : $f(x)$; x est un antécédent de y par f ; E est l'ensemble de départ, et F est l'ensemble d'arrivée.

Exemple



f est une application.

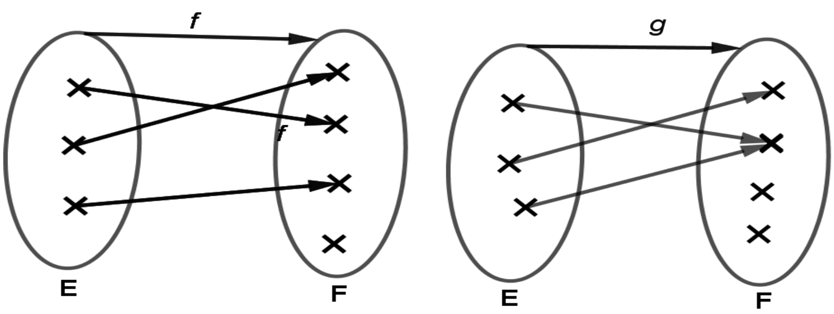
2 Applications injectives

Définition

Une application f, d'un ensemble E dans un ensemble F est une injection ou une application injective lorsque tout élément de F admet au plus un antécédent par f dans E.

Exemple et contre-exemple

On donne les applications f et g de E vers F



L'application f est injective, par contre l'application g n'est pas injective.

Point méthode

Pour démontrer qu'une application f, d'un ensemble E dans un ensemble F est injective, il suffit de justifier que pour tout $b \in F$,
l'équation : $x\ E,\ f(x) = b$ admet au plus une solution,
(c'est-à-dire soit 0 solution, soit une unique solution).

Exemple
L'application f de $[0; +\infty[$ vers $\mathbb{R}$ définie par : f(x) = $\sqrt{x}$+1 est injective car :
Soit y un nombre réel,
f(x) = y $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = y$
$\Leftrightarrow \sqrt{x} = y-1$
Si y≥1 alors $x=(y-1)^2$
Pour tout nombre réel y, l'équation f(x) = y, admet au plus une unique solution.

Propriété

Une application f d'un ensemble E dans un ensemble F est une injection si et seulement si pour tous $a\ et\ b$ éléments de E, $f(a) = f(b) \Longrightarrow a = b$

Exercice de fixation
On considère l'application f de $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : f(x) = $\frac{2x+1}{x-1}$.
Justifie que l'application f est injective.

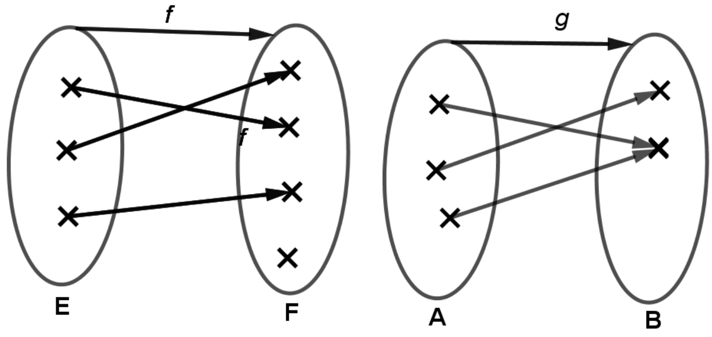
Solution
Soit a et b deux éléments de $\mathbb{R}\backslash\{1\}$
f(a) = f(b) $\Rightarrow \frac{2a+1}{a-1} = \frac{2b+1}{b-1}$
$\Rightarrow$ 2ab - 2a + b-1 = 2ab +a - 2b - 1
$\Rightarrow$ 3a = 3b
$\Rightarrow$ a = b
D'où, f est injective.

3. Applications surjectives

Définition

Une application f, d'un ensemble E dans un ensemble F est une surjection ou une application surjective lorsque tout élément de F admet au moins un antécédent par f dans E.

Exemple et contre-exemple
Soit les applications f de E vers F et g de A vers B



L'application g est surjective et l'application f n'est pas surjective.

Point méthode

Pour démontrer qu'une application f, d'un ensemble E dans un ensemble F est surjective, il suffit de justifier que pour tout $b \in F$,
l'équation : $x \in E, f(x) = b$ admet au moins une solution dans E,
(c'est-à-dire soit une unique solution, soit plusieurs solutions).

Exercice de fixation
On considère l'application f de $\mathbb{R}$ vers $[1; +\infty[$ définie par : f(x) = x^2+1.
Justifie que l'application f est surjective

Solution
Df = IR
Soit y un élément de $[1; +\infty[$,
f(x) = y $\Leftrightarrow$ $x^2 + 1 = y$ $\Leftrightarrow$ x^2 = y$-$1
Or y$-$1$\geq$ 0 donc x=$\sqrt{y-1}$ ou x=$-\sqrt{y-1}$.

Tout nombre réel y, l'équation f(x) = y, admet au moins unique solution.
D'où, l'application f est surjective.

4. Applications bijectives

a) Définition

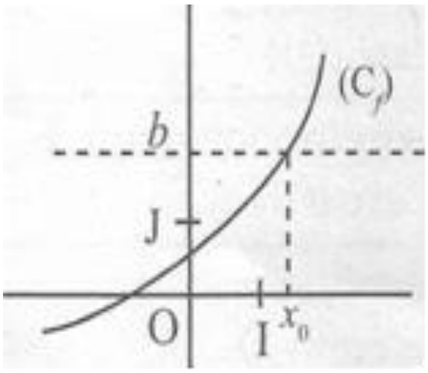
Une application f, d'un ensemble E dans un ensemble F est une bijection ou une application bijective lorsque tout élément de F admet un unique antécédent par f dans E.

Exemple
Soit f l'application de IR vers IR définie par : f(x) = x+1.
L'application f est bijective.

Point méthode

- Pour démontrer qu'une application f, d'un ensemble E dans un ensemble F est bijective, il suffit de justifier que pour tout $b \in F$, l'équation : $x \in E,\ f(x) = b$ admet une unique solution dans E.
- Soit f une application d'un intervalle K dans un intervalle L et (Cf) sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère (O, I, J).

  Pour vérifier graphiquement que f est une bijection, il suffit de vérifier que toute droite d'équation : $y = b$ coupe (C_f) en un unique point dont l'abscisse x_0 appartient à K où $b \in f(K)$.



b) <u>Propriété</u>

Une application f d'un ensemble E dans un ensemble F est une bijection si et seulement si elle est à la fois injective et surjective.

<u>Exercice de fixation</u>

On considère l'application f de]-∞ ; 0] vers [0 ; +∞[définie par : f(x) = x^2.
Justifie que l'application f est bijective.

<u>Solution</u>

Df =]-∞ ; 0]
Soit y un nombre réel de [0 ; +∞[
$f(x) = y \Rightarrow x^2 = y$
$\Rightarrow x = -\sqrt{y}$ ou $x = \sqrt{y}$
$x = -\sqrt{y}$ car $x \in$]-∞ ; 0]
Tout élément y de [0 ; +∞[admet un unique antécédent. Par conséquent, f est injective et surjective.
D'où, f est bijective.

5. <u>Bijection réciproque d'une bijection</u>

<u>Définition</u>

Soit f une bijection de E dans F. On appelle bijection réciproque de f, l'application de F dans E, notée f^{-1}qui, à tout élément de F associe son unique antécédent par f dans E.

Exemple

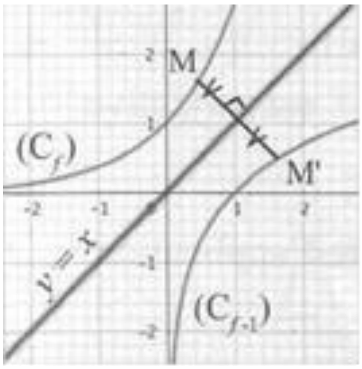
On considère l'application f de]-∞ ; 0] vers [0 ; +∞[définie par : f(x) = x^2. f est bijective, alors sa bijection réciproque est tel que :
$f^{-1}: [0; +\infty[\to]-\infty; 0]$ et $f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$

Remarque

Si f est une bijection et f^{-1} sa bijection réciproque alors $f$est la bijection réciproque de f^{-1}.

<u>Propriété</u>

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, les représentations graphiques d'une bijection et de sa bijection réciproque sont symétriques par rapport à la droite d'équation : *y = x.(la première bissectrice)*



<u>Exercice de fixation</u>

Soit l'application bijective $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$

$$x \longmapsto \sqrt{x}\ .$$

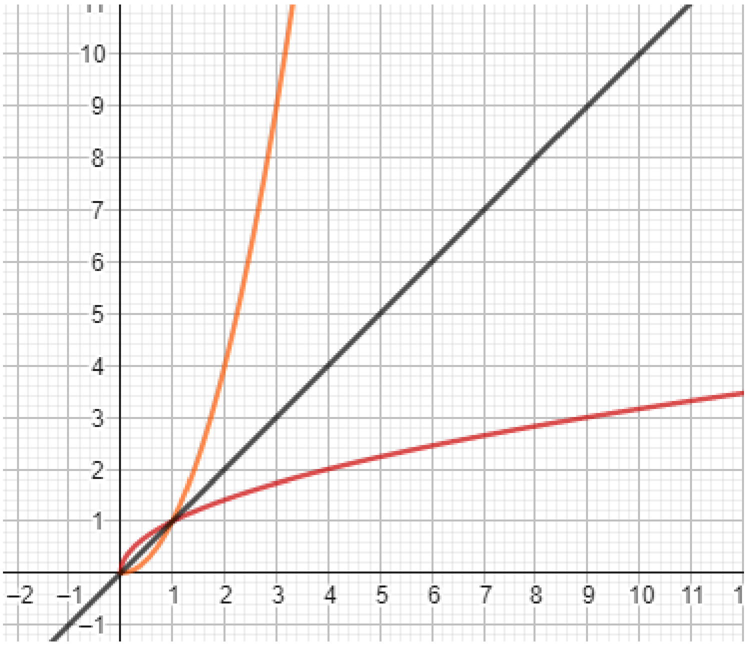
Représenter dans un même repère la courbe représentative de la fonction f et celle de sa bijection réciproque f^{-1}.

Proposition de réponse

Soit $b \in \mathbb{R}^+$tel que $f(x) = b$

$\sqrt{x} = b \ alors\ x = b^2$ .On a donc :

$$f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$$
$$x \longmapsto x^2$$



NB :
(Cf) *en rouge*, (Cf^{-1}) *en orange et la premère bissectrice en noir.*

II – Compléments sur les Fonctions

1. Restriction d'une fonction

Définition

Soit f une fonction d'un ensemble E vers l'ensemble F et A une partie non vide de l'ensemble de définition de f. On appelle restriction de f à A l'application

$$g : \mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{F}$$
$$x \mapsto f(x)$$

Exemple

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = x+1, & si\ x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x+3}, & si\ x > 1 \end{cases}$.

La fonction g définie sur]-∞ ; 1] par : g(x) = x + 1 est la restriction de f sur $]-\infty; 1]$
La fonction h définie sur]1 ; +∞[par : h(x) = $\sqrt{x+3}$ est la restriction de f sur $]1; +\infty[$

2. Opérations sur les fonctions numériques

Définition

Soit f et g deux fonctions de $\mathbb{R}$ $vers$ $\mathbb{R}$.
On note D l'ensemble des nombres réels x pour lesquels $g(x) \neq 0, D_f$ et D_g les ensembles de définition respectifs de f et g. On a :

Fonction	**Ensemble de définition**	**Expression**
Somme $\boldsymbol{f + g}$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
Produit $\boldsymbol{fg}$	$D_{fg} = D_f \cap D_g$	$(fg)(x) = f(x) \times g(x)$
Quotient $\boldsymbol{\frac{f}{g}}$	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \cap D$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Exemple

On considère les fonctions numériques f et g définies par : $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ et $g(x) = x-1$.

On a :

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ et $D_g = \mathbb{R}$

$D_{fg} = \mathbb{R} \setminus \{1\} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Et pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{1\}$,

$(fg)(x) = f(x)g(x)$

$= \frac{x+1}{x-1}(x-1)$

$= x + 1$

3. Comparaison de deux fonctions

Définitions et notations

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, f et g deux fonctions données sur un intervalle I.

- f est inférieure ou égale à g *sur I*, lorsque pour tout élément x de I, $f(x) \leq g(x)$.
  On note : $f \leq g$ sur I.
- f est supérieure ou égale à g *sur I*, lorsque pour tout élément x de I, $f(x) \geq g(x)$.
  On note : $f \geq g$ sur I.

Point méthode

- Pour comparer deux fonctions f et g données par leurs formules explicites sur un intervalle I, on peut :

- calculer, pour tout $x \in I, f(x) - g(x)$;

- étudier le signe de $f(x) - g(x)$ sur I :

  - Si $f(x) - g(x) \leq 0$ alors $f \leq g$ *sur* I;
  - Si $f(x) - g(x) \geq 0$ *alors* $f \geq g$ sur I.

- Pour comparer deux fonctions f et g dont on connaît les représentations graphiques respectives (C_f) et (C_g) sur un intervalle I dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on peut procéder comme suit :
  - si (C_f) est au-dessous de (C_g) sur I, alors $f \leq$ g sur I ;
  - si (C_f) est au-dessus de (C_g) sur I, alors $f \geq$ g sur I.

Exercice de fixation

Justifie que : $\forall x \in IR, x^2 + 1 \geq 2x$.

Solution

Pour tout nombre réel x,

$x^2 + 1 - 2x = x^2 - 2x + 1$

$= (x - 1)^2$

$(x - 1)^2 \geq 0$

$x^2 + 1 - 2x \geq 0$

D'où, $\forall x \in IR, x^2 + 1 \geq 2x$

4. Composition de fonctions

- Soient E, F et G trois parties de $\mathbb{R}$, f une fonction de E vers F et g une fonction F vers G. On appelle composée de f par g la fonction de E vers G notée gof et définie par : $gof(x) = g[f(x)]$.
- D_f, D_g et D_{gof} sont les ensembles de définition respectifs de f,g et gof.
  $x \in D_{gof} \Leftrightarrow x \in D_f$ *et* $f(x) \in D_g$.

Exercice de fixation

Soit f et g les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $f(x) = \frac{1}{x^2}$ et $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$

a) Détermine l'ensemble de définition E de gof.

b) Pour tout x élément de E, explicite gof(x).

Proposition de réponse

Soit f et g les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $f(x) = \frac{1}{x^2}$ et $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$

a) $Df = \mathbb{R}^*$ et $Dg = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$x \in Dgof \Leftrightarrow x \neq 0$ et $\frac{1}{x^2} \neq 1$

$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x^2 \neq 1$

$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq -1$ et $x \neq 1$

$E = \mathbb{R}^*\{-1 ; 1\}$

b) Pour tout x élément de IR*\{-1 ; 1}

$$gof(x) = g(f(x))$$
$$= \frac{f(x)+2}{f(x)-1}$$
$$= \frac{\frac{1}{x^2}+2}{\frac{1}{x^2}-1}$$
$$= \frac{1+2x^2}{1-x^2}$$
$$gof(x) = -\frac{2x^2+1}{x^2-1}$$

Propriété

Si f est une bijection de E dans F et f^{-1} sa bijection réciproque, alors :

- $f^{-1} of$ est l'application identique de E.
- fof^{-1} est l'application identique de F.

$$\overbrace{E \xrightarrow{f} F \xrightarrow{f^{-1}} E}^{f^{-1}of} \qquad \overbrace{F \xrightarrow{f^{-1}} E \xrightarrow{f} F}^{fof^{-1}}$$

Exercice de fixation

On considère la bijection $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ et sa bijection réciproque : $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$

$x \mapsto \sqrt{x}$ $\qquad\qquad$ $x \mapsto x^2$

Détermine fof^{-1} et $f^{-1}of$

Proposition de réponse

$fof^{-1}(x) = f\left(f^{-1}(x)\right) = \sqrt{x^2} = x$ et $f^{-1}of(x) = (f^{-1}(f(x)) = (\sqrt{x})^2 = x$

5. Représentations graphiques de fonctions associées

Propriétés

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, I, J). f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.

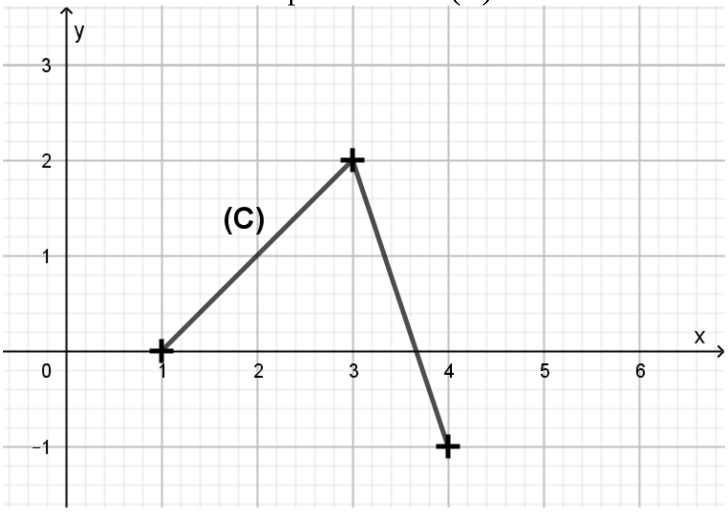
a et b sont deux nombres réels.

On note (C_f) la représentation graphique de la fonction f dans le repère (O, I, J).

Fonction g	**Représentation graphique (C_g) de g**
$x \mapsto f(x-a)$	(C_g) *est l'imagede* (C_f) *par la translation* t *de vecteur* $a\overrightarrow{OI}$
$x \mapsto f(x)+b$	(C_g) est l'image de (C_f) par la translation t de vecteur $b\overrightarrow{OJ}$
$x \mapsto f(x-a)+b$	(C_g) est l'image de (C_f) par la translation t de vecteur directeur $a\overrightarrow{OI}+b\overrightarrow{OJ}$
$x \mapsto f(-x)$	(C_g)est l'image de (C_f) par la symétrie orthogonale $S_{(OJ)}$d'axe (OJ)
$x \mapsto -f(x)$	(C_g)est l'image de (C_f) par la symétrie orthogonale $S_{(OI)}$d'axe (OI)
$x \mapsto -f(-x)$	(C_g)est l'image de (C_f) par la symétrie centrale $S_{(O)}$de centre O

<u>Exercice de fixation</u>

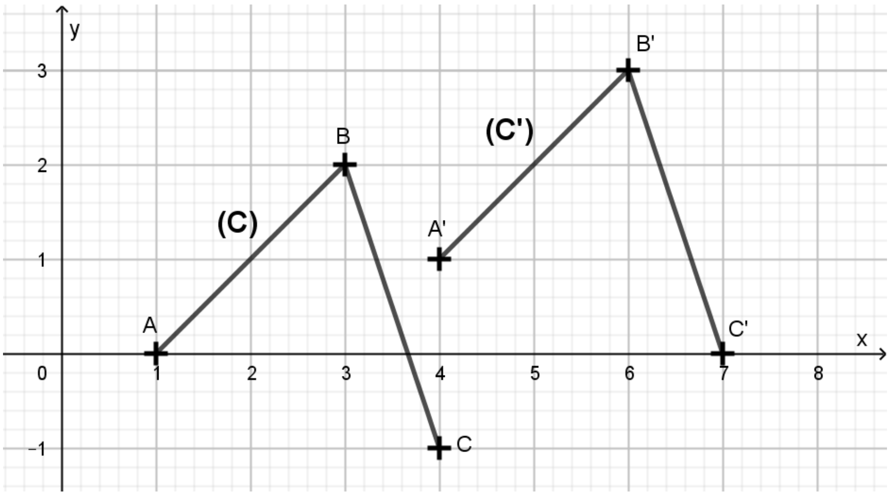
Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique le centimètre.
On donne la courbe représentative (C) d'une fonction numérique définie sur [1 ; 4].



On considère la fonction numérique g définie par : g(x) = f(x-3)+1.
On note (C') la courbe représentative de g dans le plan.
Construis (C') à partir de (C).

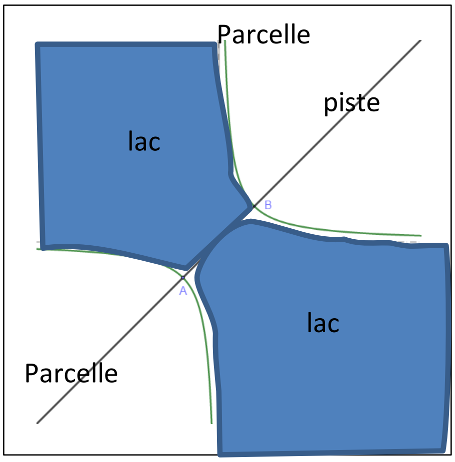
<u>Solution</u>

(C') est l'image de (C) dans la translation t de vecteur $\vec{u}(3\ ;\ 1)$.
t(A) = A', t(B) = B' et t(C) = C'



C- SITUATION D'EVALUATION

Un monsieur cède une parcelle de terrain cultivable à ses deux enfants avec les mêmes conditions d'accessibilité et de superficie. Un grand lac traverse la parcelle. Un pont$[AB]$et une piste (AB) permettent de traverser aisément la parcelle. Les contours du lac s'apparent à la courbe de la fonction inverse et la piste s'identifie à la première bissectrice dans un repère orthonormé naturel comme l'indique la figure ci-contre. Les deux parts sont séparées par la piste. Le plus jeune pense qu'il est lésé et menace de ne plus s'adresser à son père. Ayant assisté à cette scène, élève de 1$^{\text{ère}}$ C et amis du jeune fils, rassure le en utilisant tes connaissances mathématiques.



Proposition de solution

Pour rassurer le jeune fils, nous allons utiliser la leçon généralités sur les fonctions.

Nous utiliserons les notions de :

- de restriction ;
- d'application ;
- composée de fonctions ;
- bijection et sa réciproque
- de représentation de la bijection réciproque.

Les contours du lac s'apparent à la courbe de la fonction inverse. Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $(x) = \frac{1}{x}$. Son ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. On considère la restriction g de f définie de $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ dans $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. On a $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ donc g est une application.

Composons g par g.

$g \circ g(x) = g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$. Donc $\circ\, g = id_{\mathbb{R}\setminus\{0\}}$. Par suite g est une application bijective et sa bijection réciproque est g.

Symétrie de $(\mathcal{C}_g)$

$g^{-1} = g$ donc $\left(\mathcal{C}_{g^{-1}}\right) = (\mathcal{C}_g)$ et (AB) est la première bissectrice de repère orthonormé dans lequel est représenté $(\mathcal{C}_g)$. Donc $s_{(AB)}\left(\mathcal{C}_g\right) = (\mathcal{C}_g)$.

La parcelle cultivable cédée par le père présente une parfaite symétrie par rapport à la piste (AB).

En conséquence les parts situées des deux côtés de la piste ont la même aire.

D-EXERCICES

Exercice 1

On considère l'application f de]-∞ ; 1] vers [-4 ; +∞[définie par : $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

a) Justifie que f est une bijection.

b) Explicite la bijection réciproque f^{-1} de f.

Correction de l'exercice 1

On considère l'application f de]-∞ ; 1] vers [-4 ; +∞[définie par : $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

a) Soit y un élément de [-4 ; +∞[et x un élément de]-∞ ; 1].

$f(x) = y \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = y$

$\Rightarrow (x - 1)^2 - 4 = y$

$\Rightarrow (x - 1)^2 = y + 4$

$\Rightarrow x - 1 = -\sqrt{y+4}$ ou $x - 1 = \sqrt{y+4}$

$x \leq 1 \Rightarrow x - 1 \leq 0$ d'où

$x - 1 = -\sqrt{y+4}$

$\Rightarrow x = 1 - \sqrt{y+4}$

Tout élément y de [-4 ; +∞[admet un unique antécédent : $1 - \sqrt{y+4}$.

Par conséquent, f est une bijection.

b) De ce qui précède :

$\forall y \in [-4 ; +\infty[,\ f^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y+4}$

Ou encore, $\forall x \in [-4 ; +\infty[,\ f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x+4}$

Exercice 2

On considère l'application f de IR\{-2} vers IR définie par : $f(x) = \frac{5x+3}{x+2}$.

a) L'application f est-elle injective ? (Justifie ta réponse).

b) L'application f est-elle surjective ? (Justifie ta réponse).

c) Justifie que f n'est pas bijective.

Correction de l'exercice 2

On considère l'application f de IR\{-2} vers IR définie par : $f(x) = \frac{5x+3}{x+2}$.

a) Soit y un élément de IR,

$x \in IR$, $f(x) = y \Rightarrow \frac{5x+3}{x+2} = y$
$\Rightarrow x(-y + 5) = 2y - 3$
$\Rightarrow x = -\frac{2y-3}{y-5}$

5 n'a pas d'antécédent.
Et, tout nombre réel distinct de 5 a un unique antécédent.
D'où, f est injective.

b) 5 n'a pas d'antécédent.
D'où, f n'est pas surjective.

f n'est pas surjective.
Donc, f n'est pas bijective.

Exercice 3

Soit *f* l'application de IR vers $]-\infty; 1]$ définie par : $f(x) = 1 - x^2$.

Démontre que *f* est surjective.

Correction de l'exercice 3

Soit $b \in]-\infty; 1]$ tel que $f(x) = b \Longrightarrow 1 - x^2 = b$ alors $x = \sqrt{1-b}$ *ou* $x = -\sqrt{1-b}$ par conséquent f est une application surjective.

Exercice 4

Soit g l'application de $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ vers $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ qui à x associe $\frac{2x-3}{x-1}$.

1. Démontre que g est une bijection.
2. Détermine g^{-1}.

Correction de l'exercice 4

1. Soit $b \in \mathbb{R}\backslash\{2\}$ tel que $f(x) = b$
   $\frac{2x-3}{x-1} = b$ on a donc $x = \frac{3-b}{2-b}$. Par conséquent, g est une bijection.
2. On en déduire que :
   $g^{-1}: \mathbb{R}\backslash\{2\} \to \mathbb{R} \setminus \{1\}$
   $x \mapsto \frac{3-x}{2-x}$

Exercice 5

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :$h(x) = 3 - |2 - x|$.

Détermine la restriction $f$de h à l'intervalle $]-\infty; 2]$.

Correction de l'exercice 5

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$2 - x$	$+$	0	-
$\lvert 2 - x\rvert$	$2 - x$	0	$x - 2$

Alors la restriction de h à l'intervalle $]-\infty; 2]$ est $f(x) = x + 1$.

Exercice 6

On considère les fonctions f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par :

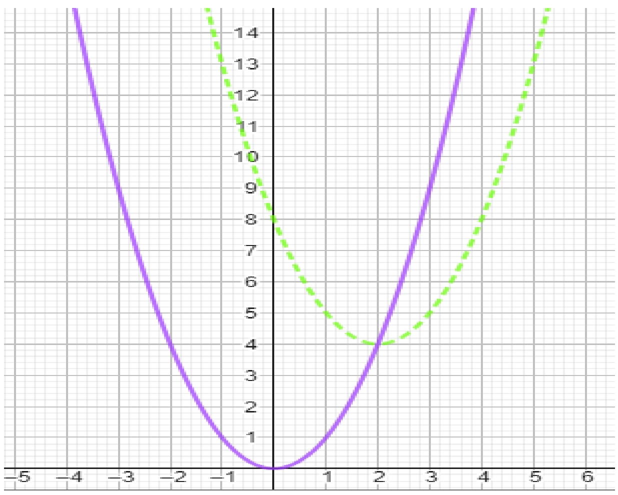
$f(x) = x^2$ et $g(x) = x^2 - 4x + 8$.

1. Démontre que, pour tout nombre réel x, $g(x) = f(x - 2) + 4$.
2. On désigne par (C_f) et (C_g) les représentations graphiques de $f$et g dans le plan muni d'un repère orthonormé.
   a) Détermine la transformation du plan t telle que $(C_f) = (C_g)$.
   b) Construis (C_f) et (C_g) dans le même repère.

Correction de l'exercice 6

1. $f(x - 2) + 4 = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 4 + 4 = x^2 - 4x + 8$
2. a) On a $g(x) = f(x - 2) + 4$ alors (Cg) est l'image de (Cf) par la translation t de vecteur directeur $2\overrightarrow{OI} + 4\overrightarrow{OJ}$.

   b)



Exercice 7

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)$ =$2 - x^2 + 2x$.

1. Justifie que pour tout nombre réel $x, f(x) = 3 - (x-1)^2$.

2. Justifie que pour tout nombre réel $x, f(x) \leq 3$.

Correction de l'exercice 7

1. $f(x) = -x^2 + 2x + 2$
   $=-(x^2 - 2x - 2)$
   $=-(x^2 - 2x + 1 - 1 - 2)$
   $=-(x^2 - 2x + 1 - 3)$
   $=-[(x-1)^2 - 3]$
   $= 3 - (x-1)^2$
2. $f(x) - 3 = 3 - (x-1)^2 - 3 = -(x-1)^2$

Pour tout nombre réel x, $(x-1)^2 \geq 0$ $donc -\ (x-1)^2 \leq 0$ alors $f(x) - 3 \leq 3 \Rightarrow f(x) \leq 3$.

Exercice 8

f et g sont deux fonctions de IR vers IR définies respectivement par :

$f(x) = \sqrt{x-1}$ et $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x-1}}$.

1) Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :
   $f + g; f - g\ ; f \times g\ et\ \frac{f}{g}$.
2) Détermine $(f+g)(x); (f-g)(x)\ et\ (\frac{f}{g})(x)$.

Exercice 9

$f\ et\ g$ sont deux fonctions de R vers R définies respectivement par :

$f(x) = x^2 + x - 2\ et\ g(x) = \sqrt{x}$.

a) Détermine$D_f; D_{fog}\ et\ D_{gof'}$.
b) Détermine$fog(x) et\ gof(x)$.

Exercice 1

Soit f la fonction de IR^* vers IR définie par : $f(x) = x^2$.

Démontre que f est injective.

Exercice 11

La courbe (C_f) ci-contre est la représentation graphique d'une application bijective f dans un repère orthonormé.

Construis $(C_{f^{-1}})$, la représentation graphique de f^{-1} dans le même repère.