MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE

Union – Discipline – Travail

MENET - FP

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT TECHN
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

MON ECOLE A LA MAISON

SECONDAIRE

1ère C
MATHEMATIQUES

CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE

Durée : 10 heures   Code :

Compétence 1 — **Traiter des situations relatives aux calculs algébriques et aux fonctions**

Thème 1 — **Calculs algébriques**

LEÇON 1 : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ DANS IR

A-SITUATION D'APPRENTISSAGE

Une élève en classe de première, décide de faire un jardin de tomates dans la grande cour familiale. Pour l'encourager, son père lui offre 20 mètres de grillage pour la clôture qu'elle décide d'utiliser entièrement. Elle décide de réaliser son jardin de forme rectangulaire comme l'indique la figure ci-dessous, laissant sans clôture un de ses côtés dans le sens de la longueur. Elle veut que l'aire du jardin soit de 48 m². Devant la difficulté à déterminer les dimensions de ce jardin, elle explique sa préoccupation à ses camarades de classe. Ensemble, ils décident de déterminer les dimensions du jardin.

B- CONTENU DE LA LECON

I- EQUATIONS ET INEQUATIONS DU SECOND DEGRE DANS IR

1- Discriminant d'un polynôme du second degré

a) Définition

On considère le polynôme du second degré P tel que : $P(x) = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.
On appelle discriminant du polynôme P le nombre réel noté Δ défini par : $\Delta = b^2 - 4ac$.

<u>Exemple</u>

Soit le polynôme du second degré P tel que : $P(x) = 3x^2 + 2x - 4$.

Dans ce cas on a : $a = 3; b = 2 \ et \ c = -4$

Son discriminant : $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-4) = 52$

b) Propriété

On considère le polynôme du second degré P tel que : $P(x) = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$, et Δ son discriminant.

- Si $\Delta > 0$, P admet deux zéros distincts $x_1 \ et \ x_2$ tels que :
  $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \ et \ x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
  La forme factorisée de $P(x)$ est : $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

- Si $\Delta = 0$, P admet un zéro double $x_0 = \frac{-b}{2a}$.
  Dans ce cas la forme factorisée de $P(x)$ est : $P(x) = a(x - x_0)^2$
- Si $\Delta < 0$, P n'admet pas de zéro et P n'est pas factorisable.

Exercice de fixation

Calcule les zéros éventuels des polynômes P, Q et R ci-dessous, puis factorise si possible chacun d'eux.

$P(x) = -2x^2 + x - 3$, $\quad Q(x) = x^2 - 4x + 4 \;\; et \;\; R(x) = 2x^2 + 3x - 5$

Solution

- Pour le polynôme P : $\Delta = -23$, $\Delta < 0$ donc P n'admet pas de zéro.
  P n'est pas factorisable.
- Pour le polynôme Q : $\Delta = 0$, donc Q admet un zéro double x_0 et on a :
  $x_0 = \frac{4}{2\times 1} = 2$
  Q est factorisable et on a : $Q(x) = (x-2)^2$
- Pour le polynôme R : $\Delta = 49$, $\Delta > 0$ donc R admet deux zéros distincts $x_1 \; et \; x_2$ et on a :

  $$x_1 = \frac{\mathbf{-3-\sqrt{49}}}{\mathbf{2\times 2}} = -\frac{5}{2} \;\; et \;\; x_2 = \frac{\mathbf{-3+\sqrt{49}}}{\mathbf{2\times 2}} = \mathbf{1}$$

  R est factorisable et on a : $R(x) = 2\left(x + \frac{5}{2}\right)(x-1)$

2-**<u>- Equations du second Degré</u>**

a) <u>Définition</u>

On appelle équation du second degré, toute équation de la forme : $x \in \mathbb{R}, \;\; ax^2 + bx + c = 0$, où $a, b, et\ c$ sont des nombres réels et $a \neq 0$.

Exemple

L'équation : $x \in \mathbb{R}, -3x^2 + x + 4 = 0$ est une équation du second degré.

<u>b) Résolution d'une équation du second degré</u>

- **Résolution algébrique**
  Résoudre l'équation du second degré $x \in \mathbb{R}, \;\; ax^2 + bx + c = 0$ revient à déterminer les zéros éventuels du polynôme du second degré P tel que : $P(x) = \;\; ax^2 + bx + c$.

Exercice de fixation

Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $-x^2 + x + 2 = 0$.

Solution :

$\Delta = 1^2 - 4\times(-1)\times 2 = 9$ $\quad \Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions distinctes.

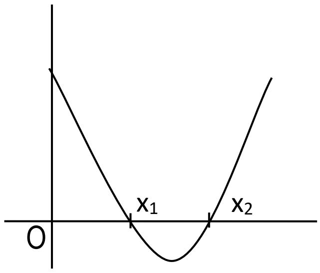
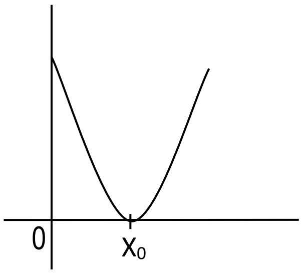
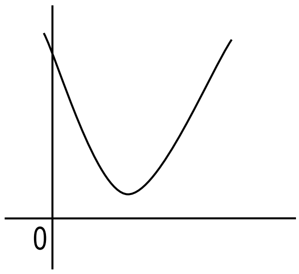
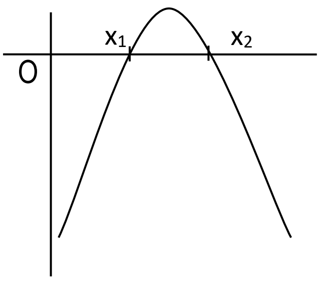
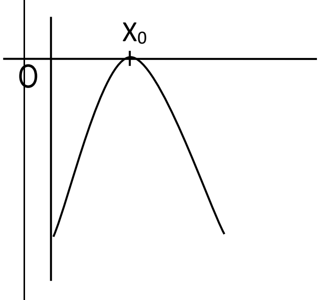
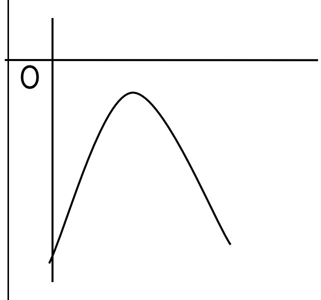
$x_1 = \frac{-1+\sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-1+3}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$ et $x_2 = \frac{-1-\sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-1-3}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$ donc $S_{\mathbb{R}} = \{-1; 2\}$.

<u>Remarque</u>

Si l'équation du second degré(E) : $x \in \mathbb{R}$, $ax^2 + bx + c = 0$ est telle que a et c sont de signes contraires, (le discriminant est positif dans ce cas), alors l'équation (E) admet deux solutions distinctes.

- **Résolution graphique**

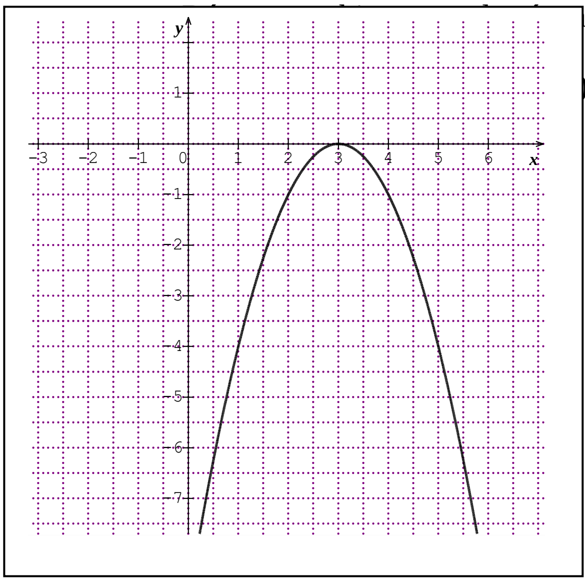
  Pour résoudre graphiquement l'équation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $ax^2 + bx + c = 0$, on peut utiliser le tableau récapitulatif suivant.

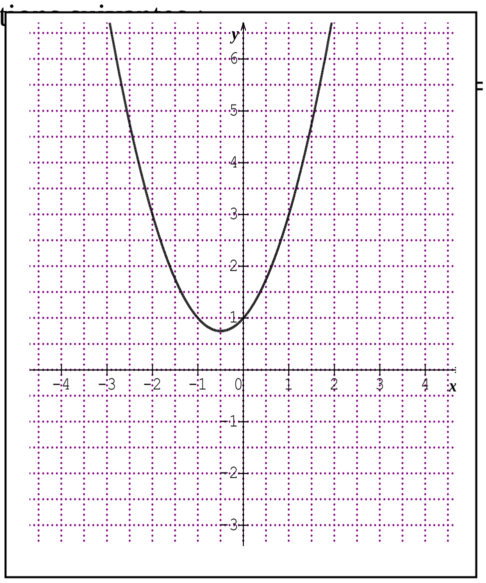
$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$	
			a> 0
			a< 0

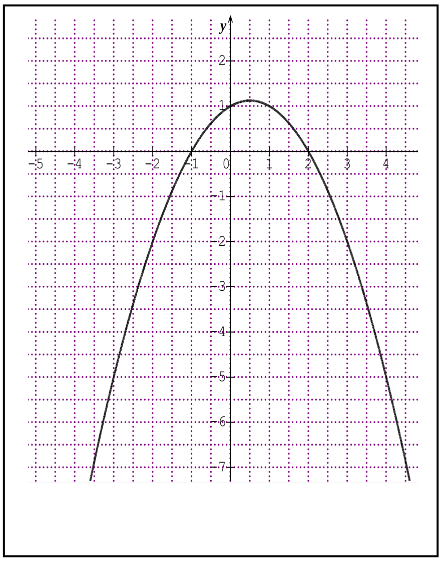
(E) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2	(E) admet une solution unique x_0	(E) n'admet pas de solutions	

Exercice de fixation

Les courbes $(C_f), (C_g)$ et (C_h) ci-dessous sont les représentations graphiques respectives des fonctions polynômes du second degré f, g et h.







Résous graphiquement les équations du second degré suivantes :

a) $x \in \mathbb{R},\ f(x) = 0$; b) $x \in \mathbb{R},\ g(x) = 0$; c) $x \in \mathbb{R}, h(x) = 0$.

Solution

a) La courbe (C_f) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 3. Par suite l'ensemble des solutions de l'équation : $x \in \mathbb{R},\ f(x) = 0$ est : $S = \{3\}$.

b) La courbe (C_g) ne coupe pas l'axe des abscisses. Par suite l'ensemble des solutions de l'équation $x \in \mathbb{R},\ g(x) = 0$ est : $S = \emptyset$.

c) La courbe (C_h) coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $-1\ et\ 2$. Par suite l'ensemble des solutions de l'équation : $x \in \mathbb{R},\ h(x) = 0$ est : $S = \{-1; 2\}$.

c) Somme et produit des solutions d'une équation du second degré

Propriété 1

Si l'équation du second degré $x \in \mathbb{R}, \boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ possède deux solutions $x_1\ et\ x_2$, (distinctes ou non) alors : $\boldsymbol{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$ et $\boldsymbol{x_1 x_2 = \frac{c}{a}}$.

Exercice de fixation

L'équation $(E): x \in \mathbb{R}, x^2 + 5x + 4 = 0$ admet deux solutions dont l'une est -1.

Détermine l'autre solution de (E).

Solution

Soit $x_1 = -1$ et x_2 l'autre solution de (E).

- On a : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$-1 + x_2 = -\frac{5}{1}$; donc : $x_2 = -5 + 1 = -4$

- On peut aussi utiliser la formule suivante : $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

  $-1 \times x_2 = \frac{4}{1}$; donc : $x_2 = -4$.

Propriété 2

Soit S et P deux nombres réels.
Si $S^2 - 4P \geq 0$, alors il existe deux nombres réels dont la somme est S et le produit est P.
Ces deux nombres sont les solutions de l'équation : $x^2 - Sx + P = 0$.

<u>Point méthode</u>

Pour déterminer deux nombres réels dont on connaît la somme Set le produit P, on peut procéder de la manière suivante :

- on vérifie que : $\boldsymbol{S^2 - 4P \geq 0}$ **;**
- on résout l'équation $\boldsymbol{x^2 - Sx + P = 0}$;
- les nombres réels recherchés sont les solutions de l'équation précédente.

Exercice de fixation

Détermine deux nombres réels s'ils existent dont leur somme est -3 et leur produit est -4

Solution

Soit $S = -3\ \ et\ P = -4$

On a : $S^2 - 4P = 9 + 16 = 25$; $S^2 - 4P \geq 0$.

Ces deux nombres existent et sont solutions de l'équation $x^2 + 3x - 4 = 0$

$\Delta = 25$, donc : $x_1 = \dfrac{-3+5}{2} = 1$; $x_2 = \dfrac{-3-5}{2} = -4$

Ces deux nombres sont : $1 \; et - 4$.

3- Inéquations du second degré

a) Signe d'un polynôme du second degré

Propriété

Soit P le polynôme du second degré définie par : $P(x) = ax^2 + bx + c$ où $a, b \; et \; c$ sont des nombres réels et $a \neq 0$ et Δ son discriminant.

- **Si** $\Delta > 0$, le polynôme P a deux zéros distincts $x_1 \; et \; x_2$. (on suppose que $x_1 < x_2$)

On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$P(x)$	$Signe\ de\ a$	0	$Signe\ de - a$	0	$Signe\ de\ a$

- **Si** $\Delta = 0$, alors le polynôme P admet un zéro double x_0 ; on obtient le tableau :

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$P(x)$	$Signe\ de\ a$	0	$Signe\ de\ a$

- **Si** $\Delta < 0$, le polynôme n'admet pas de zéro ; on obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$

$P(x)$	$Signe\ de\ a$

Exercice de fixation

Etudie le signe de chacun des polynômes suivants, connaissant leurs zéros éventuels :

1) $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$, les zéros de P sont 1 et 3 ;
2) $Q(x) = -2x^2 - 8x - 11$, Q n'a pas de zéro ;
3) $R(x) = -x^2 + 10x - 25$, le zéro de R est 5.

Solution

1) $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$, les zéros P sont 1 et 3, le discriminant Δ de P est positif ($\Delta >$ 0).
   Le coefficient de x^2 est $a = 2$, $a > 0$. On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$P(x)$		+	0	$-$	0	+	

- Pour $x \in]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$, $P(x) > 0$,
- Pour $x \in]1; 3[$, $P(x) < 0$
- Pour $x \in \{1; 3\}$, $P(x) = 0$.

2) $Q(x) = -2x^2 - 8x - 11$, Q n'a pas de zéro ; $\Delta < 0$.

Le coefficient a de x^2 est $a = -2$ et $a < 0$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$+\infty$
$Q(x)$		$-$	

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $Q(x) < 0$

3) $R(x) = -x^2 + 10x - 25$, le zéro de R est 5. $\Delta = 0$
   Le coefficient a de x^2 est $a = -1$ et $a < 0$.
On obtient donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$R(x)$		$-$	0	$-$	

- Pour $x \in]-\infty, 5[\cup]5, +\infty[$, $R(x) < 0$,
- Pour$x \in \{5\}$, $R(x) = 0$.

b) Définition d'une inéquation du second degré

Soit P un polynôme du second degré défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$ où $a, b, et\ c$ sont des nombres réels avec $a \neq 0$.

Toute inéquation de l'un des types ci-dessous est appelée inéquation du second degré.

$x \in \mathbb{R}, P(x) > 0$; $x \in \mathbb{R}, P(x) \geq 0$; $x \in \mathbb{R}, P(x) < 0$; $x \in \mathbb{R}, P(x) \leq 0$.

Exemple

L'inéquation : $x \in \mathbb{R}$, $-3x^2 + 5x - 2 > 0$ est une inéquation du second degré.

c) Résolution d'une inéquation du second degré

Résoudre dans $\mathbb{R}$ une inéquation de l'un des types ci-dessus revient à étudier le signe du polynôme$P(x)$, puis trouver l'intervalle ou les intervalles correspondants à l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Exercice de fixation

Résous dans $\mathbb{R}$, les inequations suivantes :

1) $2x^2 - 5x + 3 < 0$; 2) $-x^2 - 4x - 4 \geq 0$; 3) $x^2 + x + 2 > 0$

Solution

1) Résolution de l'inéquation $2x^2 - 5x + 3 < 0$
On considère le polynôme P tel que : $P(x) = 2x^2 - 5x + 3$.
On calcule le discriminant du polynôme P.
$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25 - 24 = 1$
Le polynôme P admet deux zéros : $x_1 = \frac{5-1}{4} = 1$ et $x_2 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	1		$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$P(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Pour $x \in \left]1; \frac{3}{2}\right[$, $P(x) < 0$

$S_{\mathbb{R}} = \left]1; \frac{3}{2}\right[$

2) Résolution de l'inéquation $-x^2 - 4x - 4 \geq 0$;

On considère le polynôme Q tel que : $Q(x) = -x^2 - 4x - 4$.
On calcule le discriminant du polynôme Q.
$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times (-4) = 16 - 16 = 0$
Le polynôme Q admet un zéro double : $x_0 = \frac{4}{-2} = -2$
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$Q(x)$	$-$	0	$-$

Pour $x \in \{-2\}$, $Q(x) \geq 0$

$S_{\mathbb{R}} = \{-2\}$

3) Résolution de l'inéquation $x^2 + x + 2 > 0$;

On considère le polynôme R tel que : $R(x) = x^2 + x + 2$.
On calcule le discriminant du polynôme R.
$\Delta = (1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1 - 8 = -7$
Le polynôme R n'admet pas de zéro .
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$R(x)$	$+$

Pour $x \in \mathbb{R}, R(x) > 0$

$S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$

II. EQUATIONS ET INEQUATIONS SE RAMENANT AU SECOND DEGRE DANS $\mathbb{R}$

1-Equations bicarrées

a) Définition

On appelle équation bicarrée une équation du type : $x \in \mathbb{R}, ax^4 + bx^2 + c = 0$, où a, b et c sont des nombres réels avec $a \neq 0$.

Exemple

L'équation : $x \in \mathbb{R}, -3x^4 + 5x^2 - 2 = 0$ est une équation bicarrée.

b) Résolution d'une équation bicarrée

Point méthode

Pour résoudre une équation du type : $x \in \mathbb{R}, ax^4 + bx^2 + c = 0$ $(a \neq 0)$. On peut procéder de la façon suivante :

-on pose : $X = x^2$;

- on résout l'équation du second degré : $aX^2 + bX + c = 0$;

- on résout, s'il y a lieu, les équations d'inconnue x du type $x^2 = X$.

(X étant solution de l'équation $aX^2 + bX + c = 0$)

Exercice de fixation

Résous dans ℝ, l'équation suivante : $2x^4 - 3x^2 + 1 = 0$

Solution :

Posons : $X = x^2$. L'équation devient : $2X^2 - 3X + 1 = 0$.

On a : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1$, les solutions de l'équation $2X^2 - 3X + 1 = 0$ sont :

$X_1 = \frac{3-1}{2} = 1; X_2 = \frac{3+1}{2} = 2$

On obtient : $x^2 = 1 \; ou \; x^2 = 2 \Leftrightarrow x = -1 \; ou \; x = 1 \; ou \; x = \sqrt{2} \; ou \; x = -\sqrt{2}$

$S_{IR} = \{1 ; -1 ; \sqrt{2} ; -\sqrt{2}\}$

2. Equations et inéquations irrationnelles

a) Résolution d'une équation irrationnelle du type: $x \in \mathbb{R}, \sqrt{\boldsymbol{P(x)}} = \boldsymbol{Q(x)}$

Point méthode

Pour résoudre une équation irrationnelle du type: $x \in \mathbb{R}, \sqrt{P(x)} = Q(x)$ on peut

Utiliser l'équivalence suivante :

$$\sqrt{P(x)} = Q(x) \Leftrightarrow \begin{cases} Q(x) \geq 0 \\ P(x) = (Q(x))^2 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions de l'équation est l'ensemble des solutions du système.

Exercice de fixation

Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $\sqrt{x^2-1}=x+2$.

Solution

$$\sqrt{x^2-1}=x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2\geq 0 \\ x^2-1=(x+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\in[-2;+\infty[\\ x^2-1=x^2+4x+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\in[-2;+\infty[\\ x=-\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\ x\in[-2;+\infty[\,\cap\left\{-\frac{5}{4}\right\}.$$

$$\Leftrightarrow\quad x\in\left\{-\frac{5}{4}\right\}.$$

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{5}{4}\right\}$.

b) Résolution d'une inéquation irrationnelle du type: $x\in\mathbb{R}, \sqrt{\boldsymbol{P(x)}}<Q(x)$.

<u>Point méthode</u>

Pour résoudre une inéquation irrationnelle du type: $x\in\mathbb{R}, \sqrt{\boldsymbol{P(x)}}<Q(x)$ on peut utiliser l'équivalence suivante :

$$\sqrt{P(x)}<Q(x) \Leftrightarrow \begin{cases} P(x)\geq 0 \\ Q(x)\geq 0 \\ P(x)<(Q(x))^2 \end{cases}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est l'ensemble des solutions du système.

<u>Exercice de fixation</u>

Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{x^2+5x+3}<2x+1$

Solution

$\sqrt{x^2+5x+3} < 2x+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x+3 \geq 0 \\ 2x+1 \geq 0 \\ x^2+5x+3 < (2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left]-\infty; \dfrac{-5-\sqrt{13}}{2}\right] \cup \left[\dfrac{-5+\sqrt{13}}{2}; +\infty\right[\\ x \in \left[-\dfrac{1}{2}; +\infty\right[\\ x \in \left]-\infty; -\dfrac{2}{3}\right[\cup]1; +\infty[\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left[-\dfrac{1}{2}; +\infty\right[\\ x \in \left]-\infty; -\dfrac{2}{3}\right[\cup]1; +\infty[\end{cases} \quad \Leftrightarrow x \in]1; +\infty[$$

Donc $S_{\mathbb{R}} =]1; +\infty[$

c) Résolution d'une inéquation irrationnelle du type: $x \in \mathbb{R}, \sqrt{\boldsymbol{P(x)}} \geq \boldsymbol{Q(x)}$

<u>Point méthode</u>

Pour résoudre une inéquation irrationnelle du type: $x \in \mathbb{R}, \sqrt{\boldsymbol{P(x)}} \geq Q(x)$ on peut utiliser l'équivalence suivante :

$$\sqrt{P(x)} \geq Q(x) \Leftrightarrow \left(\begin{cases} Q(x) \geq 0 \\ P(x) \geq (Q(x))^2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} P(x) \geq 0 \\ Q(x) \leq 0 \end{cases} \right)$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation est l'ensemble des solutions du système.

<u>Exercice de fixation</u>

Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $\sqrt{2-x} \geq x+4$

Solution

$$\sqrt{2-x} \geq x+4 \Leftrightarrow \left(\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 2-x \geq (x+4)^2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 \leq 0 \end{cases} \right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\begin{cases} x \in [-4;\ +\infty[\\ x \in [-7; -2] \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x \in]-\infty; 2] \\ x \in]-\infty; -4] \end{cases} \right)$$

$$\Leftrightarrow (x \in [-4;\ -2] \text{ ou } x \in]-\infty; 2] \cap]-\infty; -4]\ )$$

$$\Leftrightarrow\ x \in [-4;\ -2] \cup]-\infty; -4]$$

L'ensemble des solutions est : $]-\infty; -2]$.

C. SITUATION COMPLEXE

Lors d'une visite d'entreprise, les élèves d'une classe de 1ère scientifique ont été informés que dans cette entreprise, le coût de production de q objets et les frais d'entretien sont donnés en milliers de francs CFA par la formule $c(q) = 0,1q^2 + 10\ q + 1500$ et que chaque objet est vendu à 87.000 F. Un agent de cette entreprise affirme que pour maintenir le bénéfice supérieur ou égal à 12.832.500 F, le nombre d'objets q à produire doit être compris entre 310 et 460.
En utilisant leurs acquis mathématiques, les élèves doivent vérifier si l'agent a raison ou pas.
A l'aide d'une production argumentée, dis si l'agent a raison.

Corrigé

Pour résoudre ce problème nous allons utiliser la leçon équations et inéquations dans $\mathbb{R}$ pour cela nous allons :

- le bénéfice en fonction du nombre d'objets fabriqué

- déterminer le nombre d'objet pour que le bénéfice soit supérieur ou égal à 12.832.500 F

- puis conclure

Le bénéfice est : $87.000q - c(q)$ en milliers de FCFA

On résout donc l'inéquation : $87.000q - (0,1q^2 - 10q + 1500) \times 1000 \geq 12.832.500$

$\Leftrightarrow -0,1q^2 + 77q - 14332,5 \geq 0$
$\Leftrightarrow q^2 - 770q + 143325 \leq 0$

$\Delta = (-770)^2 - 4 \times 143325 = 140^2$ et $q_1 = \dfrac{770+140}{2} = 455$ et $q_2 = \dfrac{770-140}{2} = 315$

L'inéquation devient : $(q-315)(q-455) \leq 0$ d'où $q \in [315\ ;\ 455]$

Pour que le bénéfice soit supérieur à 12.832.500 FCFA il faut que le nombre d'objets q soit compris entre 315 et 455 or $[315; 455] \subset [310; 460]$.

Donc l'agent de l'entreprise a raison

D-EXERCICES

EXERCICES DE FIXATION

<u>Exercice 1</u>

Écris le numéro et la lettre correspondant à la bonne réponse

N°	Polynôme du 2nd degré	Discriminant		
		a	b	c

1.	$2x^2-3x+1$	**15**	**1**	**-15**
2.	x^2+x-2	**-7**	**3**	**9**
3.	$4x^2-5x+3$	**3**	**13**	**-23**
4.	$15x^2-27x+10$	**129**	**49**	**9**
5.	x^2-2x+1	**0**	**-1**	**5**

Corrigé

1- b 2-c 3-c 4- a 5-a

<u>Exercices 2</u> **: Complète le tableau suivant :**

Polynôme **P(x)**	**Valeur du discriminant**	**Nombres de racines du polynôme**
$x^2 - 3x + 2$	**Δ =** …………	……………
$x^2 - x + 1$	**Δ =** …………	……………
$-5x^2 + 10x - 5$	**Δ =** …………	……………
$x^2 - 4x + 4$	**Δ =** …………	……………
$3x^2 - 4x + 2$	**Δ =** …………	……………
$2x^2 - x - 3$	**Δ =** …………	……………

corrigé

Polynôme **P(x)**	**Valeur du discriminant**	**Nombres de zéros du polynôme**
$x^2 - 3x + 2$	**Δ =** …1………	……2………
$x^2 - x + 1$	**Δ =**	……0………

	……−3……	
$-5x^2 +10x - 5$	**Δ =** …0………	……1………
$x^2 - 4x + 4$	**Δ =** ……0……	……1………
$3x^2 - 4x + 2$	**Δ =** …−8………	……0………
$2x^2 - x - 3$	**Δ =** …25………	……2………

<u>Exercice 3</u>

Par la méthode du discriminant, résous dans ℝ chacune des équations suivantes :

1) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$ 2) $9x^2 + 4x + 5 = 0$

$=$ 3) $\sqrt{2}x^2 + (1-\sqrt{2})x - 1 = 0$

Corrigé

1) $\Delta = 49$ $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{-1}{2} ; 3\right\}$

2) $\Delta = -164$ $S_{\mathbb{R}} = \phi$ 3) $\Delta = 3+2\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})^2$ $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{-1}{\sqrt{2}} ; \frac{1}{2}\right\}$

. Exercices de renforcement

<u>Exercice 4</u>

Dans chacun des cas suivants, détermine deux nombres réels s'ils existent, dont on connait la somme S et le produit P.

1) $S = 28 ; P = 195$

2) $S = 2\sqrt{5}$ $; P = 3$

Corrigé

1) $S^2-4P=4 \geq 0$ donc il existe deux nombres $x_1 = 12$ et $x_2 = 16$ solution de l'équation $x^2 - Sx + P = 0$

2) $S^2-4P=8 \geq 0$ donc il existe deux nombres $x_1 = \sqrt{5}-\sqrt{2}$ et $x_2 = \sqrt{5}+\sqrt{2}$ solution de l'équation $x^2 - Sx + P = 0$

Exercice 5

Détermine deux entiers consécutifs dont la somme des carrés est 41.

Corrigé

Soit n un entier relatif on a $n^2+(n+1)^2=41$ on obtient n= -5 et n=4 donc on aura :

-5 et -4 OU 4 et 5

Exercice 6

Résous dans R les inéquations suivantes :

(I_1): $x^2 - 2x + 3 > 0$

(I_2): $-3x^2 + 2x + 5 \leq 0$

Corrigé

- **Résolvons (I_1): soit p(x)= $x^2 - 2x + 3$ étudions le signe de p**

$\Delta = -8$ donc pour tout x $\in$IR P(x) >**0** **donc** Donc $S_{\mathbb{R}} = IR$

- **Résolvons (I_2): soit Q(x)= $x^2 - 2x + 3$ étudions le signe de Q**

Δ =64 donc $x_1 = \frac{5}{3}$ et $x_2 = -1$

x	$-\infty$		- 1		$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$Q(x)$	+	0		−	0	+

Donc $S_{\mathbb{R}} = \left[-1, \frac{5}{3}\right]$

Exercice 7

Résous dans IR l' équation suivante :$x^2 + 1 = \sqrt{5 - x^2}$

Corrigé

$x^2 + 1 = \sqrt{5 - x^2} \Leftrightarrow (x^2+1)^2=5-x^2$ car $x^2+5\geq 0$

$\Leftrightarrow \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ posons X=x^2 l'équation devient :

$X^2+3X-4=0$;$\Delta = 25$; $X_1 = -4$; $X_2 = 1$ on a

$x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ et $x = -1$

$$S_{\mathbb{R}} = \{-1,1\}$$

Exercices d'approfondissement

<u>Exercice 8</u>

Détermine les nombres x et y tels que :

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

<u>Corrigé</u>

$$\begin{cases} x + y = 2 \ \ (1) \\ x^2 + y^2 = 34 \ \ (2) \end{cases}$$

En élevant l'équation(1) au carré on obtient :

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

En faisant la différence membre à membre on obtient :

xy= -15 on a

$$\begin{cases} x + y = 2 \ \ (s) \\ xy = -15 \ \ (p) \end{cases}$$

x et y sont solutions de $x^2-2x-15=0$

Δ= 64 et donc $X_1 = 5$ et $X_2 = -3$ On a $x = 5 \ ou \ y = -3$ ou a $x = -5 \ ou \ y = 3$

<u>Exercice 9</u>

a) Vérifie que : **A** = $\sqrt{3}$ + **2** et **B = -** $\sqrt{3}$ + **2** sont inverses l'un de l'autre.

b) Vérifie que A + B = 4

c) Déduis-en (sans calcul mais en justifiant) les solutions de l'équation (E) : $x^2 = 4x - 1$

corrigé

a) A×B=($\sqrt{3}$ + 2)(- $\sqrt{3}$ + 2)= -3+4= 1 alors A et B sont inverses l'un de l'autre
b) A+B= $\sqrt{3}$ + 2 - $\sqrt{3}$ + 2= 4
c) A+B=4 et A×B=1 donc A et B sont solutions de l'équation $x^2-4x+1=0$

<u>Exercice 10</u>

L'aire d'un jardin rectangulaire est égale à 360 m^2 .

Si on augmente sa longueur L de 6m et sa largeur I de 6m, alors l'aire est alors égale à 630m^2.

Détermine les dimensions de ce jardin.

Corrigé

L$\times \ell = 360$ et (L+6)$(\ell + 6) = 630$ ⟺ L$\times \ell$+6(L+ℓ)+ 36=630

On a L+ℓ= 39 Soit S=39 et P= 360 donc L $et\ \ell$ sont solutions de l'équation x^2-39x+360=0

Δ= 81 et L= $24\ et\ \ell = 14$