



## THEME: MECANIQUE

### TITRE DE LA LEÇON : MOUVEMENTS DANS LES CHAMPS $\vec{g}$ et $\vec{E}$ UNIFORMES

#### I. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Thibaut, élève en classe terminale C, découvre dans une revue scientifique, que le mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme est indépendant de sa masse. Ce qui n'est pas le cas d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme. Il partage cette information avec ses camarades de classe ; soucieux d'en savoir davantage, ils entreprennent, avec l'aide de leur Professeur de Physique-Chimie, de définir un champ uniforme, d'établir les équations horaires du mouvement d'un solide et d'une particule de charge  $q$  et de déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire.

#### II. CONTENU

##### 1. CHAMP UNIFORME

Un champ est uniforme dans une région de l'espace, si les caractéristiques du vecteur-champ (direction, sens, intensité) sont les mêmes en tout point de cette région.

##### Exemples

- Dans une région de l'espace au voisinage de la terre, le champ de pesanteur  $\vec{g}$  peut être considéré comme uniforme.
- Entre les armatures d'un condensateur plan chargé, le champ électrostatique  $\vec{E}$  est uniforme.

##### 2. MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

###### 2.1 Conditions initiales

On étudie le mouvement d'un projectile, de masse  $m$ , dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère cartésien  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Le projectile est lancé à l'instant  $t = 0$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}$  faisant un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale.

On néglige les frottements dus à l'air par rapport au poids du projectile.

###### 2.2 Vecteur accélération

Le théorème du centre d'inertie appliqué au projectile donne :

$$\vec{P} = m\vec{a} ; \vec{a} = \vec{g}$$

###### 2.3 Equations horaires du mouvement

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on tire :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\vec{OG} \begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha).t & (1) \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + (v_0 \sin\alpha).t & (2) \end{cases}$$

## 2.4 Equation cartésienne de la trajectoire

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$(2) \text{ donnez} = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

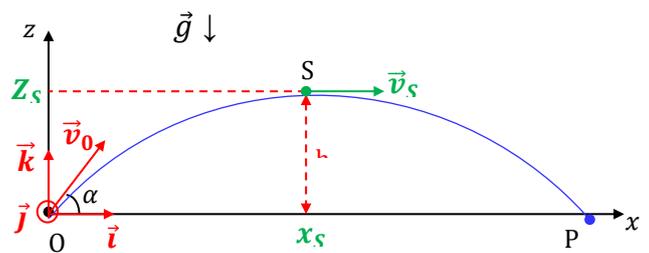
Elle correspond à la hauteur maximale ( $h_{\max} = Z_s$ )

atteinte par le projectile au cours de son mouvement.

À la hauteur maximale,  $v_{sz} = 0$  ;  $-gt_s + v_0 \sin\alpha =$

$$0 ; t_s = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

$$\text{Donc } Z_s = h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$



## 2.5 La portée

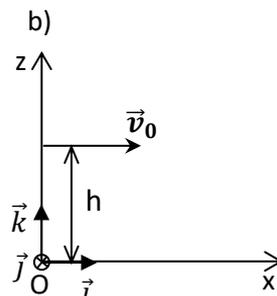
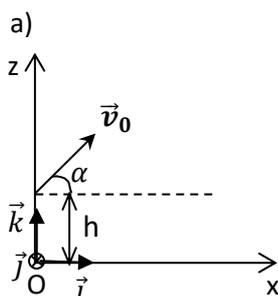
C'est la distance entre le point O de lancement du projectile et son point de chute P sur l'axe horizontal (Ox).

$$\text{À la portée, } Z_p = 0 ; \text{ alors } x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

**Remarque :** la portée est maximale pour  $\sin 2\alpha = 1$  c'est à dire  $\alpha = 45^\circ$

### Activité d'application

Détermine les équations horaires puis l'équation cartésienne dans chaque cas.



### Solution

a)

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} ; \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases} ; \quad \vec{OG} \begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha).t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + (v_0 \sin\alpha).t + h \end{cases}$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \cdot \tan\alpha + h$$

b)

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = (v_0).t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + h \end{cases}$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h$$

### 3. MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGÉE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE UNIFORME

#### 3.1 Conditions initiales

On étudie le mouvement d'une particule chargée ( $q > 0$ ) de masse  $m$  dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . La particule pénètre en O entre les armatures d'un condensateur plan avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  telle que  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$ .

La particule est soumise dans le champ électrostatique à son poids  $\vec{P}$  et à la force électrostatique  $\vec{F}_e$ .

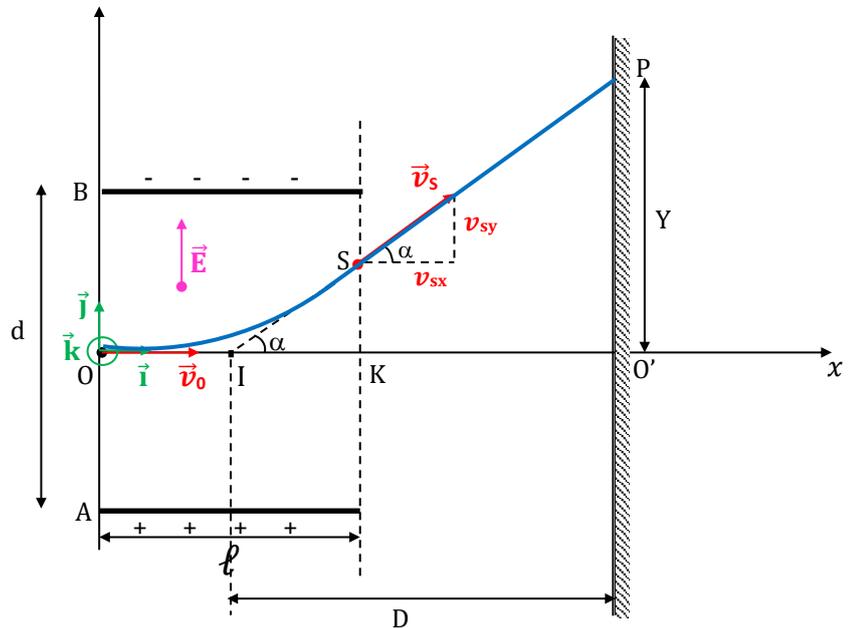
On néglige le poids  $\vec{P}$  de la particule devant la force électrostatique  $\vec{F}_e$ .

#### 3.2 Vecteur accélération

Le théorème du centre d'inertie appliqué à la particule donne :

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} ; \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

#### 3.3 Équations horaires du mouvement



Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on tire :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{cases} ; \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{q}{m}E t \\ v_z = 0 \end{cases} ; \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_0 t & (1) \\ y = \frac{q}{2m}E t^2 & (2) \\ z = 0 \end{cases}$$

#### 3.4 Equation cartésienne de la trajectoire

Par élimination de  $t$  entre (1) et (2), on a :

$$y = \frac{q E}{2 m v_0^2} x^2$$

### 3.5 Déviation électrostatique $\alpha$ ou déviation angulaire $\alpha$

C'est l'angle formé par les directions des vecteurs-vitesse  $\vec{v}_0$  (vitesse de pénétration) et  $\vec{v}_s$  (vitesse de sortie).

$$\text{Avec } t_s = \frac{\ell}{v_0}; \quad \tan \alpha = \frac{v_{sy}}{v_{sx}} = \frac{q E \ell}{m v_0^2}$$

### 3.6 Déflexion électrostatique $Y$

C'est la distance  $Y = O'P$  où  $P$  est le point d'impact de la particule déviée sur un écran et  $O'$  son point d'impact si elle n'est pas déviée.

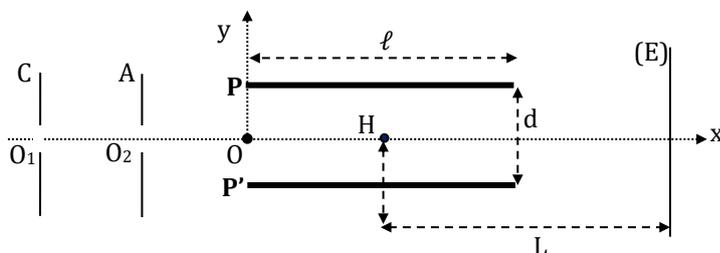
$$Y = \frac{q \ell D}{m d v_0^2} \cdot U_{AB} \text{ avec } U_{AB} \text{ tension entre les plaques A et B du condensateur plan.}$$

## SITUATION D'ÉVALUATION

Au cours d'une séance de travaux dirigés de physique, votre Professeur met à la disposition de votre groupe les résultats des expériences réalisées sur le parcours des électrons dans un oscilloscope.

### Expérience

La cathode  $C$  d'un oscilloscope électronique émet des électrons avec une vitesse négligeable. Les électrons arrivent ensuite sur l'anode  $A$  et la traversent par l'ouverture  $O_2$ . Entre la cathode  $C$  et l'anode  $A$ , existe une différence de potentiel  $U_0 = V_A - V_C$ . Le poids d'un électron est négligeable par rapport aux autres forces appliquées.



Les électrons pénètrent en  $O$  entre les armatures horizontales  $P$  et  $P'$  d'un condensateur. Les armatures, de longueur  $\ell$ , sont distantes de  $d$ . On établit entre les armatures une tension positive  $U_{PP'} = V_P - V_{P'} = 120$  V. Le faisceau d'électrons arrive ensuite sur un écran fluorescent  $(E)$  situé à la distance  $L$  du centre de symétrie  $H$  des plaques.

**Données** :  $|U_0| = 1,27$  kV ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg ;  $L = 18$  cm ;  $d = 3$  cm ;  $\ell = 8$  cm

Le Professeur vous demande de déterminer le déplacement ou la déflexion électrostatique  $Y$  du spot sur l'écran.

1

1.1. Indique le signe de  $U_0$ .

1.2. Calcule :

1.2.1 l'énergie cinétique  $E_C$  des électrons à leur passage en  $O_2$ .

1.2.2 la vitesse  $v_0$  des électrons en  $O_2$ .

- 2.
- 2.1 Donne les caractéristiques du vecteur champ électrique  $\vec{E}$  créé entre les plaques et représente le qualitativement.
- 2.2 Détermine l'expression  $a_y$  de l'accélération des électrons entre les deux armatures dans le système d'axes (Ox, Oy).
- 3.
- 3.1 Etablis l'équation cartésienne de la trajectoire des électrons entre les plaques en fonction de e, U, m, d,  $v_0$ .
- 3.2 Exprime la condition que doit vérifier  $U_{PP'}$  pour que les électrons puissent sortir du condensateur  $PP'$ .
4. Détermine la déflexion électrostatique Y.

### Solution

1

#### 1.1. Signe de la tension $U_0$ :

Les électrons, particules chargées négativement, sont attirés par l'anode A.

Donc  $V_A > V_C$  d'où  $V_A - V_C = U_0 > 0$ .

1.2.

#### 1.2.1 Energie cinétique

Système : L'électron

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Bilan des forces :  $\vec{F}$  : force électrostatique

D'après le théorème de l'énergie cinétique entre  $O_1$  et  $O_2$ , on a :

$$E_C - E_{C_{O_1}} = W(\vec{F}) = -e(V_C - V_A) \text{ Soit } \mathbf{E_C = e U_0} \text{ car } V_C - V_A = -U_0 \text{ et } v_{O_1} = 0;$$

$$\mathbf{A. N : } E_C = 2,03 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

#### 1.2.2 Vitesse en $O_2$ :

$$\text{On a : } E_C = e U_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 e U_0}{m}}$$

$$\mathbf{A. N : } v_0 = \mathbf{2,11 \cdot 10^7 \text{ m/s}}$$

2.

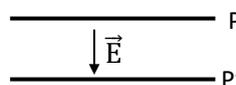
#### 2.1 Caractéristiques de $\vec{E}$ :

Direction : Perpendiculaire aux armatures

Sens : De l'armature P vers l'armature P'

$$\mathbf{Norme : } E = \frac{U}{d} = 4000 \text{ V/m}$$

Représentation du vecteur  $\vec{E}$  :



## 2.2 Expression de l'accélération des électrons.

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\vec{F} = -e \vec{E} = m \vec{a}$$

$$\text{Soit : } \vec{a} = \frac{-e}{m} \vec{E} \quad \text{D'où : } \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} E \end{cases}$$

3.

### 3.1 Equation cartésienne de la trajectoire des électrons :

- Equations horaires :

A l'instant  $t = 0$  :

$$\overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

A l'instant  $t \neq 0$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} E \end{cases}, \text{ on a : } \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m} t \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = v_0 t \quad (1) \\ y = \frac{eE}{2m} t^2 \quad (2) \end{cases}$$

- Etablissons l'équation cartésienne :

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}; \text{ Portons } t \text{ dans } (2) : y = \frac{eE}{2m} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$\text{D'où : } y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2 \text{ or } E = \frac{U}{d}$$

$$\text{Par conséquent : } y = \frac{eU}{2mdv_0^2} x^2.$$

### 3.2 Condition vérifiée par U pour que les électrons sortent du condensateur :

$$\text{Les électrons sortent du condensateur si } \begin{cases} x = \ell \\ y < \frac{d}{2} \end{cases}$$

$$\text{Soit } \frac{eU}{2mdv_0^2} \ell^2 < \frac{d}{2}$$

$$\text{D'où : } U < \frac{md^2v_0^2}{e\ell^2}; \text{ A.N : } \underline{U < 356,1 \text{ V}}$$

## 4. Calcul du déplacement Y :

$$Y = L \tan \alpha \text{ or dans le triangle IKS est rectangle en K. On alors } \tan \alpha = \frac{SK}{IK} = \frac{y_S}{\frac{\ell}{2}}$$

$$\text{soit } \tan \alpha = \frac{2y_S}{\ell} \text{ avec } y_S = \frac{eU}{2mdv_0^2} \ell^2$$

$$\text{On a : } Y = \frac{eL\ell}{mdv_0^2} U;$$

$$\underline{Y = 2,27 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2,27 \text{ cm}}$$

### III. EXERCICES

#### Exercice 1

Ecris Vrai ou Faux pour chacune des affirmations suivantes :

- 1-L'accélération du centre d'inertie d'un point mobile en chute libre dépend de sa masse.
- 2-Un champ électrostatique  $\vec{E}$  est uniforme si sa norme est constante.
- 3-Un champ est uniforme si ses caractéristiques sont les mêmes en tout point de l'espace.
- 4- Le mouvement du centre d'inertie de la particule chargée dans un champ électrostatique dépend de sa masse.

#### Solution

1. Faux ; 2. Faux ; 3. Vrai ; 4. Vrai.

#### Exercice 2

Un projectile de masse 860 g est lancé dans l'air à une vitesse  $v_0 = 200$  m/s.

Le vecteur vitesse  $\vec{v}_0$  fait un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontal.

Détermine, pour une portée horizontale  $d = 2500$  m :

1. la hauteur atteinte par le projectile.
2. la durée du lancer.
3. la vitesse du projectile au point d'impact.

#### Solution

1 Hauteur :

Système : le projectile

Force exercée : le poids  $\vec{P}$

L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen

Le théorème du centre d'inertie appliqué au projectile donne :

$$\vec{P} = m\vec{a} ; \vec{a} = \vec{g}$$

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  on tire :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

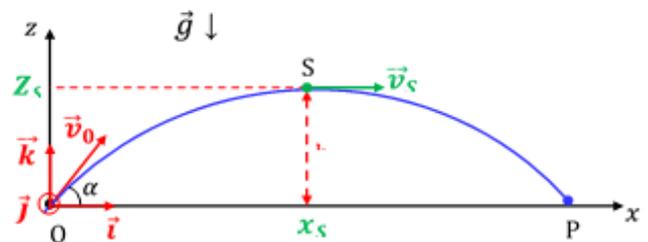
$$\vec{OG} \begin{cases} x = (v_0 \cos\alpha).t & (1) \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2}g.t^2 + (v_0 \sin\alpha).t & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$(2) \text{ donne } z = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan\alpha$$

La flèche : hauteur maximale ( $h_{\max} = Z_s$ ) atteinte par le projectile au cours de son mouvement.

À la hauteur maximale,  $v_{sz} = 0$  ;  $-gt_s + v_0 \sin\alpha = 0$  ;  $t_s = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$  donc  $Z_s = h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ .



$$h = 238.7 \text{ m}$$

À la portée,  $Z_p = 0$  ; alors  $x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

2. Durée du lancer : temps mis par projectile pour atteindre le point P.

Au point P,  $z = 0$ ,  $t_p = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$  :  $t_p = 13,96 \text{ s}$

3. Vitesse au point d'impact.

$$v_{pz} = -gt_p + v_0 \sin \alpha = -v_0 \sin \alpha$$

$$v_{px} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_p = \sqrt{(v_{px})^2 + (v_{pz})^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (-v_0 \sin \alpha)^2} \quad ; \quad v_p = v_0 = 200 \text{ m/s}$$

### **Exercice 3**

Réarrange les mots et groupes de mots suivants de manière à former, dans chaque cas, une phrase qui a du sens.

- 1) /en tout / a/ uniforme / et / si / même valeur. /de ce champ, / le vecteur-champ / Un champ / même direction, /est / point / même sens/
- 2) / de la tension /est /subie / défectrices / La déflexion /, à la sortie /appliquée / d'un condensateur, /par / un faisceau / homocinétique / proportionnelle / électrique / à la valeur/ de ce condensateur. / d'électrons / aux plaques/

Solution :

- 1) Un champ est uniforme si le vecteur-champ a, en tout point de ce champ, même direction, même sens et même valeur.
- 2) La déflexion électrique subie par un faisceau homocinétique d'électrons, à la sortie d'un condensateur, est proportionnelle  
À la valeur de la tension appliquée aux plaques défectrices de ce condensateur.

### **Exercice 4**

Lors d'une évaluation, votre professeur vous propose le schéma ci-dessous. Sur ce schéma, ont été représentés :

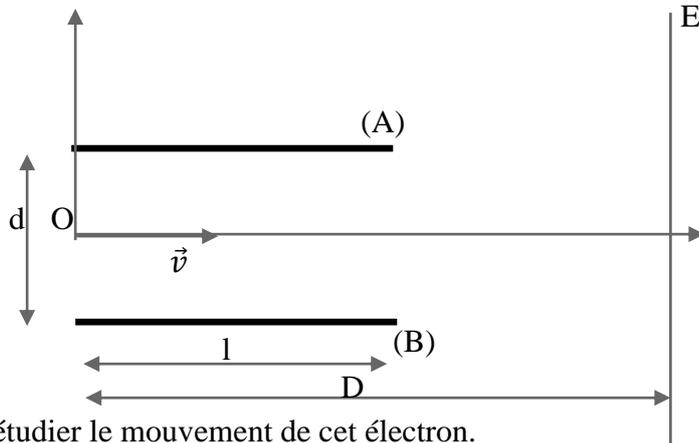
-un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormé

-un condensateur plan dont les armatures (A) et (B), de longueur  $l = 5\text{cm}$ , séparées d'une distance  $d = 2\text{cm}$ , sont soumises à une tension  $U_{AB} = 100\text{V}$ .

Entre les armatures de ce condensateur, pénètre, à la date  $t=0$ , au point avec un vecteur- vitesse  $v_0$ , horizontal, un électron, de masse  $m=9,1.10^{-31}\text{kg}$  et de charge  $q=-e$ . A la sortie du condensateur, l'électron se déplace dans le vide et arrive à un point P d'un écran fluorescent  $\epsilon$  placé à la distance  $D=20\text{cm}$  de l'origine O du repère.

NN le poids de l'électron est négligeable devant les autres forces.

Donnée :  $e=1,6.10^{-19}\text{C}$ ;  $v_0=1,30.10^7\text{m/s}$ .



Votre professeur vous demande d'étudier le mouvement de cet électron.

- 1) Nomme les forces extérieures appliquées à l'électron :
  - 1.1) entre les armatures du condensateur ;
  - 1.2) entre le condensateur et l'écran (E).
2. ) Établis, dans le repère,  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , l'équation cartésienne de la trajectoire de l'électron .
3. ) Détermine :
  - 2.1. ) le déplacement vertical  $y_M$  de l'électron et l'angle  $\alpha$  de déviation de sa trajectoire à la sortie du condensateur;
  - 2.2. Les coordonnées du point d'impact P de l'électron sur l'écran (E);
  - 2.3. La vitesse  $v_P$  de l'électron à son arrivée en P sur l'écran.

**Solution :**

1.)

- 1.1) Entre les armatures du condensateur :  
-la force électrostatique  $\vec{F} = q\vec{E}$
- 1.2) Entre le condensateur et l'écran : aucune force ne s'exerce.

## 2.) Equation cartésienne de la trajectoire

- Equations horaires :

A l'instant  $t = 0$  :

$$\vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

A l'instant  $t \neq 0$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} E \end{cases}, \text{ on a : } \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m} t \end{cases} \text{ et } \vec{OG} \begin{cases} x = v_0 t \quad (1) \\ y = \frac{eE}{2m} t^2 \quad (2) \end{cases}$$

- Etablissons l'équation cartésienne :

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} ; \text{ Portons } t \text{ dans } (2) : y = \frac{eE}{2m} \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$\text{D'où : } y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2 \text{ or } E = \frac{U}{d}$$

$$\text{Par conséquent: } y = \frac{eU}{2mdv_0^2} x^2.$$

3.)

3.1) Déplacement  $y_M$  et angle  $\alpha$

A la sortie,  $x=l$  donc  $y_M = \frac{eU}{2mdv_0^2} l^2$  A.N.  $y_M = 6.5\text{mm}$ .

$\tan\alpha = \frac{vy}{vx}$  à  $x=l$  à la date  $t = \frac{l}{v}$  ce qui donne  $\tan\alpha = \frac{eU}{mdv^2}$  A.N.  $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{eU}{mdv^2}\right) = 14.57^\circ$

3.2) Coordonnées du point d'impact P

$X_P = D = 20\text{cm}$  et  $y_P = (D-l/2) \tan\alpha = 4.55\text{cm}$ .

3.3) Vitesse en P

Entre le condensateur et l'écran il n'y a aucune force donc le mouvement est rectiligne et uniforme.

On a :  $v_P$  est égal à la vitesse à la sortie.

A la sortie,  $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_z)^2} = \sqrt{(v_0)^2 + ()^2}$

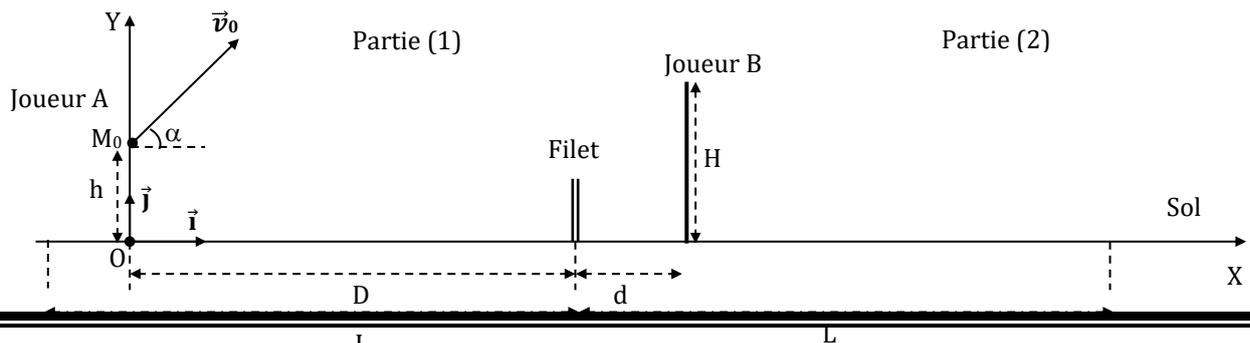
### Exercice 5

(Dans tout l'exercice, la balle de tennis sera assimilable à un point matériel. On négligera la résistance de l'air sur la balle et on supposera la surface de jeu parfaitement horizontale.)

Au cours d'un match de tennis, un joueur A situé dans la partie (1) du court, frappe la balle en  $M_0$  à la hauteur  $h = 0,5\text{ m}$  au-dessus du sol et à la distance  $D = 9\text{ m}$  du filet. La balle part avec une vitesse  $v_0 = 12\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  inclinée d'un angle  $\alpha = 60^\circ$  par rapport à l'horizontale dans le plan perpendiculaire au filet. On prendra  $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Il souhaite faire passer la balle au-dessus de son adversaire (joueur B) situé à une distance  $d = 2\text{ m}$  derrière le filet dans la partie (2). L'adversaire immobile, tient sa raquette à bout de bras. Elle atteint la hauteur maximale  $H = 2,5\text{ m}$  par rapport au sol

1. Etablis l'équation de la trajectoire de la balle après le choc avec la raquette.
2.
  - 2.1 Montre que son adversaire B n'intercepte pas la balle.
  - 2.2 Détermine la distance  $D'$  qui sépare la balle et l'extrémité supérieure de la raquette.
  - 2.3 Montre que la balle retombe dans la surface de jeu. La ligne de fond étant à la distance  $L = 12\text{ m}$  du filet,
  - 2.4 Détermine alors la distance  $d'$  séparant le point de chute P de la balle à l'adversaire.
  - 2.5 Détermine la date  $t_B$  de passage de la balle au-dessus de la raquette.
3. Détermine :
  - 3.1 par deux méthodes différentes la vitesse de la balle au point de chute P.
  - 3.2 la direction du vecteur-vitesse de la balle au point d'impact P.



## Solution

### 1. Etablissons l'équation de la trajectoire :

Système : la balle de tennis

Référentiel d'étude : Référentiel terrestre  
supposé galiléen muni du repère (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ )

Bilan des forces :

- $\vec{P}$  : poids de la balle de tennis

D'après le théorème du centre d'inertie :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a}. \text{ Soit } \vec{a} = \vec{g}$$

A l'instant initial  $t = 0$ , on a :

$$\overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

Coordonnées de l'accélération  $\vec{a}$  :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

A l'instant  $t \neq 0$ , on a :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases} \quad \text{et}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = (v_0 \cos \alpha) t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + h & (2) \end{cases}$$

Equation cartésienne de la trajectoire :

$$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\text{D'où (2) devient : } y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h$$

$$\text{A. N : } y = -0,14 x^2 + 1,73 x + 0,5(3)$$

2.

### 2.1 Montrons qu'il ne peut intercepter la balle :

Au point d'abscisse  $x_B = D + d = 11 \text{ m}$ .

Déterminons l'ordonnée Y de la balle :

### 2.3 Montrons que la balle retombe dans la surface de jeu :

Au point de chute P de la balle,  $Y_P = 0$

$$(3) \Rightarrow -0,14 x^2 + 1,73 x + 0,5 = 0$$

Calculons le discriminant :  $\Delta = 3,2729 > 0$

$$\sqrt{\Delta} = 1,81$$

$$\text{Donc } X_1 = \frac{-1,73 - 1,81}{-2 \times 0,14} = 12,64 \text{ m et}$$

$$X_2 = \frac{-1,73 + 1,81}{-2 \times 0,14} = -0,29 \text{ m}$$

$$X_P = X_1 = 12,64 \text{ m car } X_P > 0$$

$X_P < D + L = 21 \text{ m}$  donc la balle retombe dans la surface de jeu.

### 2.4 Déterminons la distance d' :

$$d' = X_P - (D + d) = 1,64 \text{ m}$$

### 2.5 Déterminons la date t<sub>B</sub> :

Lorsque la balle passe au-dessus de la raquette,

$$x = D + d$$

$$\text{D'où } t_B = \frac{D + d}{v_0 \cos \alpha} = 1,83 \text{ s.}$$

3.

### 3.1 Déterminons la vitesse de la balle en P :

- Détermination par application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})$$

$$\text{Soit } \frac{1}{2} m (v_P^2 - v_0^2) = W(\vec{P}) = mgh$$

$$\text{D'où : } v_P = \sqrt{v_0^2 + 2gh} ; v_P = 12,41 \text{ m/s}$$

- Détermination par les coordonnées de  $v_P$  :

$$\text{Au point P, } t_P = \frac{x_P}{v_0 \cos \alpha} = 2,11 \text{ s}$$

$$\text{D'où : } \vec{v}_P \begin{cases} v_{Px} = v_0 \cos \alpha \\ v_{Py} = -gt_P + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{Soit : } \vec{v}_P \begin{cases} v_{Px} = 6 \text{ m/s} \\ v_{Py} = -10,71 \text{ m/s} \end{cases}$$

$Y = -0,14 \times (11)^2 + 1,73 \times 11 + 0,5$   
 $Y = 2,59 \text{ m} > H = 2,5 \text{ m}$  donc le joueur B ne peut intercepter la balle.

### 2.2 Déterminons la distance D' :

$$D' = Y - H = 2,59 - 2,5 = 0,09 \text{ m}$$

$$D' = 9 \text{ cm}$$

Par conséquent :  $v_P = \sqrt{v_{Px}^2 + v_{Py}^2} = 12,30 \text{ m/s}$

### 3.2 Déterminons la direction du vecteur-vitesse $\vec{v}_P$ :

$$\cos\theta = \frac{v_{Px}}{v_P} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{v_{Px}}{v_P}\right) = 60,8^\circ$$

$\vec{v}_P$  est incliné d'un angle  $\theta = 60,8^\circ$  par rapport à l'horizontale.

## IV. DOCUMENTATION

### Application du champ électrostatique

Le champ électrique peut ainsi mettre en mouvement des particules chargées. À la différence du champ magnétique, il est capable de les accélérer. Bien que négligeable à une grande échelle devant l'interaction gravitationnelle car la matière est globalement neutre électriquement, le champ électrique a un effet prépondérant à des échelles microscopiques, et est utilisé pour l'étude de la matière dans les accélérateurs de particules.

Un champ électrique peut être créé relativement facilement entre deux plaques de condensateur, c'est-à-dire deux plaques dont la tension entre les deux est non nulle.

### Pour des exercices de renforcement :

<https://www.pimido.com/matieres-scientifiques->

<https://hammoumouna.jimdofree.com/>

<https://physique-et-maths.fr/enseignement>