**Niveau : Terminales C**

**Discipline : Physique-Chimie**

**CÔTE D'IVOIRE – ÉCOLE NUMÉRIQUE**

# THEME : MECANIQUE

# TITRE DE LA LEÇON : INTERACTION GRAVITATIONNELLE

## I. SITUATION D'APPRENTISSAGE

Regardant un documentaire scientifique à la télévision, deux élèves de terminale C découvrent que les satellites tournent autour de la Terre selon les lois de la gravitation, en décrivant des trajectoires en forme d'ellipse ou de cercle dont les plans passent par le centre de la Terre. Certains sont dits géostationnaires à cause de leur mouvement particulier autour de la Terre.
Le lendemain, avec leurs camarades de classe, ces élèves entreprennent d'étudier les lois de la gravitation, de déterminer les caractéristiques du mouvement d'un satellite géostationnaire et de montrer l'intérêt des satellites géostationnaires.

## II. CONTENUS

### 1. Force d'interaction gravitationnelle

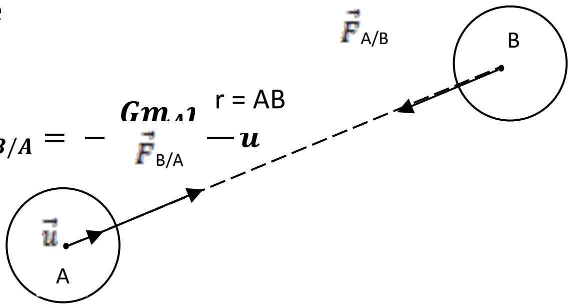
#### 1.1. Enoncé de la loi d'attraction universelle de Newton

Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives $m_A$ et $m_B$, situés à une distance r l'un de l'autre, s'attirent mutuellement avec des forces d'intensités proportionnelles à leurs masses et inversement proportionnelles au carré de la distance r.

Ces forces sont appelées **forces gravitationnelles.**

#### 1.2.Expression de la force gravitationnelle

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -\frac{Gm_A m_B}{r^2}\vec{u}$$




avec $F_{A/B} = F_{B/A} = \frac{Gm_A m_B}{r^2}$

G est la constante gravitationnelle.

G = $6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$ ou en $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

Corps $S_A$ à répartition sphérique de masse $m_A$et de centre de symétrie A

Corps $S_B$ à répartition sphérique de masse $m_B$et de centre de symétrie B

Cette loi peut être appliquée aux solides à répartition sphérique si nous admettons que les corps se comportent comme des points matériels situés en leurs centres et ayant pour masses, les masses de ces corps.

NB : Les forces gravitationnelles sont toujours attractives.

**Activité d'application**

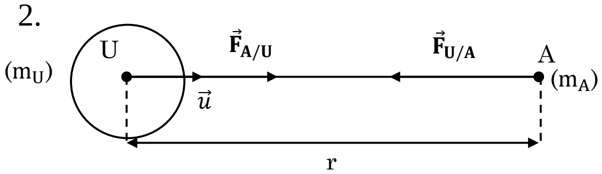
1. calcule la valeur des forces d'interactions entre la planète Uranus et l'un de ses satellites Ariel distants de $r = 192000\ km$.
2. Représente qualitativement ces deux forces sur un schéma.

Données :

masse d'Uranus :$m_U = 8{,}84.10^{25}\ kg$
Masse d'Ariel : $m_A = 1{,}26.10^{21}\ kg$
La constante de gravitation : $G = 6{,}67.10^{-11}\ SI$

**corrigé**

1. $\mathrm{F} = \mathrm{G}\frac{\mathrm{m_A m_U}}{\mathrm{r^2}}$ ;
   AN: $\mathrm{F} = 2{,}015.10^{20}$ N
2. 




## 2. Champ gravitationnel

### 2.1. Définition

Soit le corps $S_A$ à répartition sphérique de masse $m_A$ et de centre de symétrie A. Tout point P de l'espace environnant de $S_A$est caractérisé par un vecteur $\vec{\mathcal{G}}_A$ appelé **vecteur champ de gravitation**

### 2.2.

### 2.2.1. Expression du champ gravitationnel

Vecteur champ de gravitation : $\vec{\mathcal{G}}_A = -\frac{Gm_A}{AP^2}\vec{u}_{AP}$ avec AP = r

### 2.2.2. Expression du champ gravitationnel à une altitude z

Le champ gravitationnel créé par S au point P d'altitude z est :$\boldsymbol{\mathcal{G}_Z} = \frac{\boldsymbol{Gm}}{\boldsymbol{(R+z)^2}}$avec R rayon de S.

A la surface de S, z = 0 donc $\boldsymbol{\mathcal{G}_0} = \frac{\boldsymbol{Gm}}{\boldsymbol{R^2}}$ce qui conduit à$\boldsymbol{\mathcal{G}_Z} = \boldsymbol{\mathcal{G}_0}\frac{\boldsymbol{R^2}}{\boldsymbol{(R+z)^2}}$

### 2.3. Champ gravitationnel et champ de pesanteur

Au voisinage de la terre, $\vec{\mathcal{G}}\ et\ \vec{g}$ sont pratiquement égaux car :

- L'écart relatif entre leurs normes est inférieur à 0,3%.
- L'écart entre leurs directions n'excède pas $0{,}1^0$.

On écrit donc :

$$\vec{\mathcal{G}} = \vec{g}$$

**Activité d'application**

La distance terre-lune est $\mathrm{h} = 3{,}85.10^5\ km$ . Calcule la valeur du champ de gravitation terrestre :

1. Au niveau du sol
2. Sur la lune

**Données:**

Rayon de la terre, $R_T = 6{,}3.10^3$km ;
Masse de la terre : $M_T = 6.10^{24}\ kg$ ;
La constante de gravitation :

$$G = 6{,}67.10^{-11}\ SI$$

**corrigé**

1. Au niveau du sol :

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_0 = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{(6{,}3.10^6)^2}$$

AN: $g_0 = 9{,}77\ m/s^2$

2. A l'altitude h :

$$g_h = G.\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$= g_0\frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

$$g_h = 6{,}67.10^{-11}.\frac{6.10^{24}}{(6.3.10^6 + 3{,}85.10^8)^2}; \quad g_h = 2{,}6.10^{-3}\ m/s^2$$

### 3. Mouvement des satellites

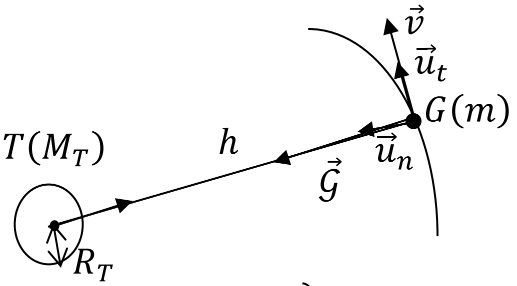
Pour étudier le mouvement d'un satellite de la terre, on utilise le repère géocentrique. Dans un tel repère, un satellite en ≪vol balistique≫ (*moteur coupé*), décrit une courbe plane dont le plan contient le centre $O$ de la terre. Cette courbe est souvent une ellipse ou un cercle de centre $O$. On se limitera à l'étude du mouvement d'un satellite en ≪vol balistique≫ circulaire.

#### 3.1. Nature du mouvement des satellites

Considérons un satellite de masse $m$ et de centre d'inertie $G$.

- Système : satellite de masse $m$
- Référentiel géocentrique supposé galiléen
- Bilan des forces : Force gravitationnelle exercée par la terre $\vec{F} = m\vec{\mathcal{G}}$
- Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\sum(\vec{f}_{ext}) = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m\vec{\mathcal{G}} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{\mathcal{G}} = -\frac{GM_T}{r^2}\vec{u}_{OG}$$




$$\left.\begin{aligned}\vec{a}_G &= \vec{\mathcal{G}} = \mathcal{G}\vec{u}_n\\ \vec{a}_G &= \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{r}\vec{u}_n\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cste$$

Le mouvement du satellite est circulaire uniforme.

Remarque :
Le mouvement de tout corps soumis à la seule action du champ gravitationnel est indépendant de la masse de ce corps.

### 3.2. Vitesse et période d'un satellite

### 3.2.1. Vitesse linéaire

$\frac{v^2}{r} = \mathcal{G} \Longrightarrow v = \sqrt{r\mathcal{G}}$ or $\mathcal{G} = \frac{GM_T}{r^2}$ et $\mathcal{G}_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2}$ d'où $v = R_T\sqrt{\frac{\mathcal{G}_0}{r}}, r = R_T + h \Longrightarrow$

$$v = R_T\sqrt{\frac{\mathcal{G}_0}{R_T + h}}$$

### 3.2.2. Vitesse angulaire

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{R_T}{r}\sqrt{\frac{\mathcal{G}_0}{r}} \Leftrightarrow \omega = R_T\sqrt{\frac{\mathcal{G}_0}{(R_T+h)^3}}$$

### <u>3.3.3. Période</u>

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{r^3}{\mathcal{G}_0}} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{R_T}\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{\mathcal{G}_0}}$$

**- La période T du satellite**

$$\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(R_T + z)}{v}}$$

## 4. Satellite géostationnaire

### 4.1. Définition

C'est un satellite qui tourne dans le même sens et à la même vitesse angulaire que la terre, en décrivant un cercle dans le plan équatorial. Il paraît donc immobile pour un observateur terrien.

### 4.2. Caractéristiques du mouvement d'un satellite géostationnaire

**- La période :** Elle est identique à la période de rotation de la terre :

**T = 23h 56min 4s, soit 86 164 s**

**- La vitesse angulaire :** $\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T}}$ **= 7,29.10$^{-5}$ s**

- $T = \frac{2\pi(R_T+z)}{v} \Longrightarrow \frac{T^2}{(R_T+z)^3} = \frac{4\pi^2}{KM_T} \Longrightarrow r^3 = 7{,}5.10^{22} \Longrightarrow z = 3{,}6.10^4 km$

### 4.3. Intérêt des satellites géostationnaires

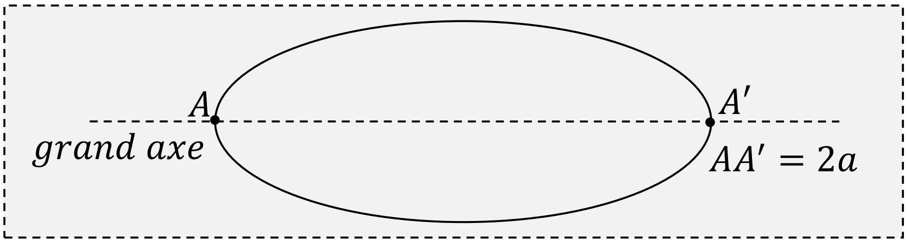
Grâce à leur immobilité apparente, les satellites géostationnaires sont utilisés pour assurer des communications intercontinentales permanentes dans plusieurs domaines, comme par exemple en météo.

5. Mouvement des planètes

5.1. Enoncé des lois de Kepler

- **$1^{ère}$ *loi*:**
  Dans un repère de Copernic, la trajectoire d'une planète est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers.
- **$2^{ème}$ *loi*:**
  Le segment de droite reliant le soleil à la planète, balaie des aires égales pendant des durées égales.
- **$3^{ème}$ *loi*:**
  Pour toutes les planètes, le rapport entre le cube du demi grand axe $a$ de la trajectoire et le carré de la période de révoltions est le même. $\frac{a^3}{T^2} = cste$

Cette constante est indépendante de la masse des planètes.




5.2. Conséquence

La $3^{ème}$ *loi* de Kepler est la base de l'élaboration par Newton de la théorie de l'attraction gravitationnelle.

Elle permet aussi de déterminer le rapport de la masse d'une planète à celle du soleil.

Le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ avec r = $(R_T + z)$ est constant au cours du mouvement.

Pour la Terre on a : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_T}$

Notion d'impesanteur(*apésanteur*)

L'impesanteur découle du fait que, localement dans un champ gravitationnel, les objets ont presque la même accélération qui est indépendante de leur masse.

Exemples :

- Ascenseur en chute libre.
- Un cosmonaute dans un satellite

**SITUATION D'EVALUATION**

Lors d'une activité de recherche sur l'intérêt des satellites, des élèves d'une classe de Terminale C découvrent que les satellites « Meteosat » sont exploités pour obtenir des données spécifiques sur l'ozone, les océans ainsi que sur l'évolution du climat.

Ces satellites sont placés sur orbite géostationnaire d'altitude Z égale à 36 000 km, dans le champ de pesanteur terrestre.

Avec les données suivantes :

- constante gravitationnelle : G = $6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$ ;
- rayon terrestre : $R_T$ = 6370 km.
- Période de rotation de la terre : 24h (environ).

Tu es sollicité pour aider ces élèves, en plus des résultats de leurs recherches, à estimer la masse de la terre autour de laquelle tournent les satellites.

1- Définis un satellite géostationnaire puis donne la valeur approximative de sa période de rotation.
2-
2-1 Calcule la vitesse angulaire des satellites « Meteosat ».
2-2 Déduis-en leur vitesse linéaire.
3- Détermine la masse de la terre, autour de laquelle tournent les satellites (valeur approximative).
4- Déduis de la question précédente, la valeur du champ gravitationnel créé par la terre à l'altitude du satellite.

**Solution**

1- Un satellite géostationnaire est un satellite qui tourne dans le même sens et à la même vitesse angulaire que la terre autour de l'axe des pôles, en décrivant un cercle dans le plan équatorial.
Sa période est: 24 h × 3600s/h = **86 400 s** (celle de la terre).
2- Vitesse angulaire et vitesse linéaire
- Vitesse angulaire (c'est aussi celle de la terre).
$\boldsymbol{\omega = \frac{2\pi}{T} = 7{,}27.10^{-5}\ s}$
- Vitesse linéaire
$\boldsymbol{v = (R_T + Z)\,.\omega}$ **A.N.** : $\boldsymbol{v} = (6\,370 + 36\,000)\ 10^3 \times 7{,}27.10^{-5} = \mathbf{3080{,}3\ m.s^{-1}}$
3- Masse de la terre.
$\frac{T^2}{(R_T+Z)^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_T}$(loi de Kepler)
D'où $\boldsymbol{m_T = \frac{4\pi^2(R_T+Z)^3}{GT^2}}$ **A.N.** : $m_T = \frac{4\pi^2(\mathbf{6370000+36000000})^3}{6{,}67.10^{-11}\times 86400^2}$ ; $\boldsymbol{m_T = 6{,}03.10^{24}\ kg}$
4- Valeur du champ gravitationnel terrestre à l'altitude du satellite.
$\boldsymbol{g_z = \frac{Gm_T}{(R+Z)^2}}$ **A.N.** : $\boldsymbol{g_z = \frac{6{,}67.10^{-11}\times 6{,}03.10^{24}}{(6370000+36000000)^2} = 0{,}224\ N/kg}$

## III. EXERCICES

### Exercice 1

a- Calcule le champ gravitationnel terrestre à l'altitude Z = 100 km.
b- Calcule le champ gravitationnel en un point très proche de la surface de la terre d'altitude négligeable.
On donne : $m_T = 5{,}98.10^{24}$ kg, la masse de la terre ; $R_T = 6370$ km, le rayon de la terre ;
$G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$, la constante gravitationnelle.

**Solution**

a- Champ gravitationnel terrestre à Z = 100 km
$g_z = \frac{Gm_T}{(R_T+Z)^2}$ **A.N. :** $g = \frac{6{,}67.10^{-11}\times 5{,}98.10^{24}}{(6370.10^3+100.10^3)^2}$ ; $g_z = 9{,}53\ N.kg^{-1}$

b- Champ gravitationnel terrestre à la surface de la terre
$g_0 = \frac{Gm_T}{(R_T)^2}$ **A.N. :** $g_0 = \frac{6{,}67.10^{-11}\times 5{,}98.10^{24}}{(6370.10^3)^2}$ ; $g_0 = 9{,}83\ N.kg^{-1}$

### Exercice 2

Un satellite assimilable à un point matériel tourne sur son orbite autour de la terre, à une altitude de 10 000 km. On donne $R_T = 6370$ km, le rayon de la terre, $m_T = 5{,}98.10^{24}$ kg, la masse de la terre et $G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$, la constante gravitationnelle.
a- Calcule la vitesse de ce stellite.
b- Calcule alors sa vitesse angulaire et sa période.

**Solution**

a- Vitesse du satellite : $v = \sqrt{\frac{Gm_T}{R_T+Z}}$ **A.N.** : $v = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}\times 5{,}98.10^{24}}{(6370+10000).10^3}}$ = 4936,16 m.s$^{-1}$

b- Sa vitesse angulaire et sa période : $\omega = \frac{v}{(R_T + Z)}$ **A.N.** : $\omega = \frac{4936{,}16}{(6370+10000).10^3}$ = 3,015.10$^{-4}$ rad.s$^{-1}$

T = $\frac{2\pi}{\omega}$ = 20 839,75 s

**Exercice 3**

Le tableau ci-dessous indique la période de révolution ainsi que le rayon des trajectoires des cinq satellites d'Uranus découverts depuis la terre, avant 1950.

| Satellite | T(s) | R (km) |
|---|---|---|
| Miranda | $1{,}22.10^5$ | 130000 |
| Ariel | $2{,}17.10^5$ | 192000 |
| Umbriel | $3{,}56.10^5$ | 267000 |
| Titania | $7{,}5.10^5$ | 438000 |
| Oberon | $1{,}16.10^6$ | 486000 |

1. Vérifier la 3$^{ème}$ loi de Kepler
2. Calculer la masse d'Uranus.

**Solution**

1. Vérification de la 3$^{ème}$ loi de Kepler

| Satellite | T(s) | R (km) | $\frac{T^2}{r^3}(s^2/m^2)$ |
|---|---|---|---|
| Miranda | $1{,}22.10^5$ | 130000 | $6{,}66.10^{-15}$ |
| Ariel | $2{,}17.10^5$ | 192000 | $6{,}66.10^{-15}$ |
| Umbriel | $3{,}56.10^5$ | 267000 | $6{,}66.10^{-15}$ |
| Titania | $7{,}5.10^5$ | 438000 | $6{,}66.10^{-15}$ |
| Oberon | $1{,}16.10^6$ | 486000 | $6{,}66.10^{-15}$ |

$\frac{T^2}{r^3} = 6{,}66.10^{-15} =$ cte la 3$^{ème}$ loi de Kepler est vérifiée.

2. Calculons la masse.

 3$^{ème}$ loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\,\pi^2}{G.M_U} = k \Longrightarrow M_U = \frac{4\,\pi^2}{k\,G}$

 AN: $M_U = 8{,}88.10^{25}$ kg

**Exercice 4**

Des élèves d'une classe de Terminale C découvrent dans une revue scientifique l'importance des satellites. Pour approfondir leurs connaissances sur un satellite artificiel qui décrit une orbite circulaire de même centre que la Terre, dans un référentiel géocentrique, il sollicite ton aide. On donne $R_T$ = 6370 km ; $g_0$ = 9,8 m.s$^{-2}$, vitesse angulaire : $\omega$ = 8,055.10$^{-4}$ rad.s$^{-1}$.

1. Précise la nature et les caractéristiques de la force responsable du mouvement.

2. Calcule :

 2.1 l'altitude à laquelle évolue le satellite ;

2.2 sa vitesse linéaire ;

2.3 l'intensité du champ gravitationnel à l'altitude considérée.

**Solution**

1. Nature et caractéristiques de la force

Nature : c'est une force d'attraction ;

Caractéristiques :

- Point d'application : centre d'inertie du satellite ;
- Direction : la droite reliant le centre d'inertie de la terre à celui du satellite ;
- Sens : orienté vers le centre d'inertie de la terre ;
- Intensité : F = $\frac{Gm_S M_T}{r^2}$

2.

2.1 altitude

$\omega = \frac{v}{r}$avec $v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$ et $r = R_T + h$ or $Gm_T = g_0(R_T)^2$

On obtient $\omega = \sqrt{\frac{Gm_T}{r^3}}$ soit $\omega = \sqrt{\frac{g_0(R_T)^2}{(R_T+h)^3}}$ ce qui conduit à $h = \sqrt[3]{\frac{g_0(R_T)^2}{\omega^2}} - R_T$ **A.N. :** h = $2{,}12.10^6$ m

2.2 vitesse linéaire

$v = \omega r = \omega(R_T + h)$ **A.N. :** $v = 6{,}84.10^3$ m.s$^{-1}$

2.3 intensité du champ $g_h$

$g_h = \frac{Gm_T}{(R_T+h)^2}$ avec $Gm_T = g_0(R_T)^2$

On obtient $g_h = \frac{g_0(R_T)^2}{(R_T+h)^2}$ **A.N. :** $g_h$ = 5,52 m.s$^{-2}$

**Exercice 5**

Lors d'une activité de recherche sur la Lune, des élèves d'une classe de Terminale C apprennent qu'elle décrit une trajectoire quasi circulaire autour de la Terre, de rayon 384000 km. Afin d'approfondir leurs recherches, ils te sollicitent pour les aider calculer la vitesse et la période de révolution de la lune.

On donne $R_T$ = 6370 km ; $g_0$ = 9,8 m.s$^{-2}$

1. Calcule la valeur du champ gravitationnel terrestre au centre de la Lune.
2. Applique le théorème du centre d'inertie à la Lune dans le référentiel géocentrique.
3. Déduis-en :

3.1 la vitesse linéaire de la Lune sur son orbite ;

3.2 la période de révolution de la Lune autour de la Terre et compare-la au mois lunaire.

**Solution**

1. Valeur du champ gravitationnel terrestre au centre de la Lune

$g = \sqrt{\frac{Gm_T}{r^2}}$ avec $Gm_T = g_0(R_T)^2$

On obtient $g = \sqrt{\frac{g_0(R_T)^2}{r^2}}$ **A.N. :** $g = 2{,}69.10^{-3}$ m.s$^{-2}$

2. Théorème du centre d'inertie

La Lune en mouvement dans le référentiel géocentrique supposé galiléen est soumise à la force de gravitation $\vec{F}$

D'après le théorème du centre d'inertie on a $\sum \vec{F}_{ext} = m_L\vec{a}$ soit $\vec{F} = m_L\vec{a}$ (1)

3. Déduisons :

3.1 la vitesse linéaire de la Lune

Dans la base de Frenet (1) donne suivant la normale $\vec{n}F_n = m_L a_n$ soit $\frac{Gm_T m_L}{r^2} = m_L\frac{v^2}{r}$

On obtient $v = \sqrt{\frac{Gm_T}{r}}$ ou encore $v = \sqrt{\frac{g_0(R_T)^2}{r}}$ **A.N. :** $v = 1{,}1.10^3 \text{m.s}^{-1}$

3.2 la période

$T_L = \frac{2\pi}{\omega}$ avec $v = \omega r$ et $v = \sqrt{\frac{g_0(R_T)^2}{r}}$. On obtient $T_L = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{g_0(R_T)^2}}$ **A.N. :** $T_L$ = 2.370960 s

Mois lunaire

$T_M$ = 29,5 x 24 x 3600 soit $T_M$ = 2.548800 s

Comparaison : $T_M > T_L$

## IV. DOCUMENTATION

### La gravitation

La **gravitation**, l'une des quatre forces fondamentales qui régissent l'univers, est l'interaction physique responsable de l'attraction des corps massifs. Elle se manifeste notamment par l'attraction terrestre qui nous retient au sol, la **gravité**, qui est responsable de plusieurs manifestations naturelles ; les marées, l'orbite des planètes autour du soleil, la sphéricité de la plupart des corps célestes en sont quelques exemples. D'une manière plus générale, la structure à grande échelle de l'Univers est déterminée par la gravitation.

Plusieurs théories ont tenté de rendre compte de la gravitation. Actuellement, la théorie de la relativité générale d'Albert Einstein (1915) reste la plus satisfaisante. Elle considère la gravitation comme une manifestation de la courbure de l'espace-temps sous l'effet de l'énergie de la matière qui s'y trouve.

La loi de la gravitation de Newton élaborée à la fin du XVII$^{e}$ siècle, demeure cependant une excellente approximation dans les cas non relativistes (vitesses faibles par rapport à la vitesse de la lumière et masses de l'ordre de la masse solaire ou inférieures).

La théorie de la gravitation fait toujours l'objet de nombreuses recherches, et la communauté scientifique considère qu'élaborer une théorie plus complète de la gravitation, capable de prendre en compte les effets de nature microscopique, est un des grands défis à relever pour la physique du XXI$^{è}$ siècle.

Source : Wikipédia