



## THÈME 1 : MÉCANIQUE

# TITRE DE LA LEÇON : ÉQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A DEUX FORCES PUIS A TROIS FORCES

### I : SITUATION D'APPRENTISSAGE

Pour le bal de fin d'année du lycée moderne de Gbon, un groupe d'élève du comité d'organisation décide d'installer un projecteur pour les jeux de lumière. Pour maintenir le projecteur juste au-dessus de la piste de danse, certains voudraient qu'il soit accroché à l'aide de trois fils tandis que d'autres souhaitent le maintenir à l'aide de deux fils.

Pour s'accorder, ils décident d'informer leur professeur qui les aide à identifier les forces extérieures agissant sur le projecteur et de déterminer les conditions de son équilibre selon qu'il est soumis à deux forces ou à trois forces.

### II . CONTENU DE LA LECON

#### 1. CONDITIONS D'EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A DEUX FORCES

##### 1.1. Conditions d'équilibre

Lorsqu'un solide soumis à l'action de deux forces  $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_B$  est en équilibre, nécessairement :

- $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_B$  ont la même droite d'action ;
- $\vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}$ .

##### 1.2. Etude de quelques exemples

###### 1.2.1. Solide posé sur un plan horizontal

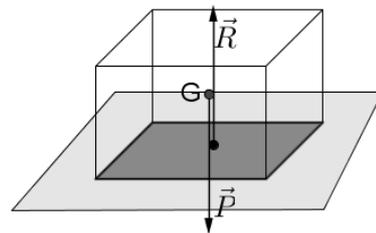
Le solide est en équilibre sous l'action de :

Le poids  $\vec{P}$  du solide

La réaction  $\vec{R}$  du support.

A l'équilibre on a :

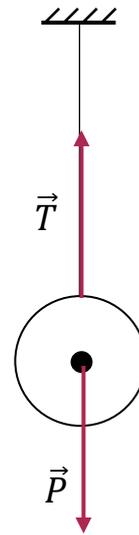
- $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  ont la même droite d'action
- $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow P = R$



### 1.2.2. Solide suspendu à l'aide d'un fil

Le solide est en équilibre sous l'action de :

- Le poids  $\vec{P}$  du solide
- La tension  $\vec{T}$  du fil.
- A l'équilibre on a :
  - $\vec{P}$  et  $\vec{T}$  ont la même droite d'action
  - $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow P = T$



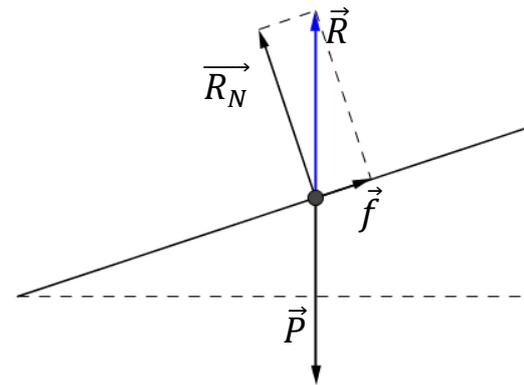
### 1.2.3. Solide posé sur un plan incliné

L'équilibre n'est possible que sur une surface rugueuse.

Dans ce cas la réaction  $\vec{R}$  se décompose en :

- Une réaction normale  $\vec{R}_N$  orthogonale au plan incliné
- Une réaction tangentielle appelée force de frottement  $\vec{f}$  tangent au plan incliné et opposé au déplacement probable du solide.

$$\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$$



### 1.3. Types d'équilibre

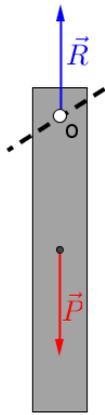


Fig. a

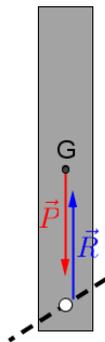


Fig. b

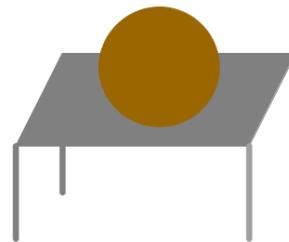


Fig. c

**Fig. a :** La règle, écartée de cette position d'équilibre, y revient après plusieurs oscillations : l'équilibre est dit **stable**.

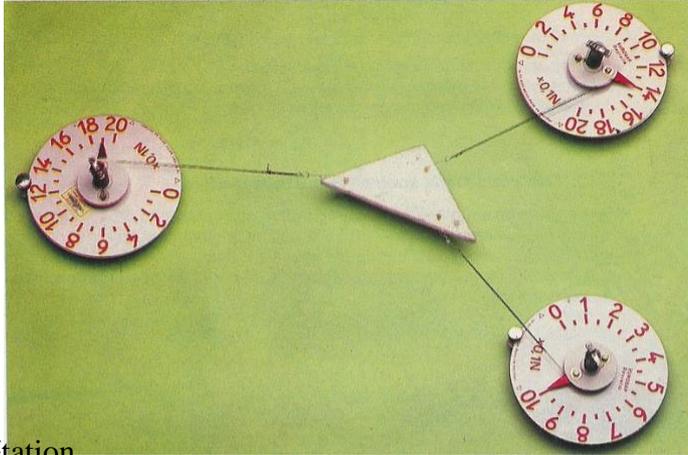
**Fig. b :** La règle, écartée de cette position d'équilibre, s'en éloigne : l'équilibre est dit **instable**.

**Fig. c :** La sphère, écartée de cette position d'équilibre, reste toujours en équilibre : l'équilibre est dit **indifférent**.

**Remarque :** L'équilibre d'un solide soumis à deux forces est stable si les deux forces s'éloignent l'une de l'autre (fig. a).

## 2. CONDITIONS D'EQUILIBRE D'UN SOLIDE SOUMIS A TROIS FORCES NON PARALLELES

### 2.1. Expérience et observations

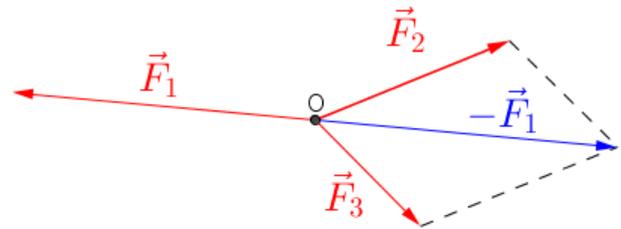


### 2.2. Interprétation

Le solide est en équilibre sous l'action de trois forces :  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$

- Ces trois forces sont coplanaires
- Leurs droites d'action sont concourantes
- On constate que :  $\vec{F}_1 = -(\vec{F}_2 + \vec{F}_3)$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$



### 2.3. Conclusion

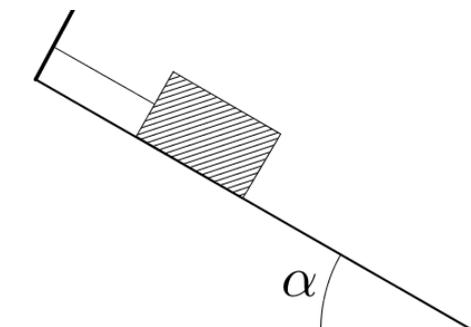
Lorsqu'un solide soumis à l'action de trois forces  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  et  $\vec{F}_3$  non parallèles, est en équilibre, nécessairement :

- **Les droites d'actions de ces trois forces sont concourantes**
- **La somme vectorielle de ces trois forces est nulle :**

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

## 3. Activité d'application : (résolution de problème de statique)

### 3.1. Enoncé



Un solide de masse 700 g est maintenu en équilibre sur un plan incliné, dont la surface de contact est lisse, par un fil inextensible (fig. ci-dessous).

Déterminer la tension du fil et la réaction du support, sachant que le plan incliné fait un angle ;  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale.

### 3.2.Méthode graphique

Système : le solide

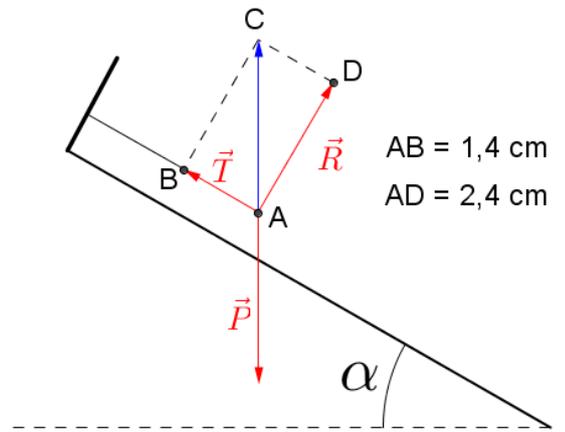
Référentiel : terrestre

Bilan des forces :

- Le poids  $\vec{P}$  du solide
- La réaction  $\vec{R}$  du plan incliné
- La tension  $\vec{T}$  du fil

Tableau des forces : Echelle : 1 cm pour 2,5 N

Force	$\vec{P}$	$\vec{R}$	$\vec{T}$
Longueur du vecteur (cm)	2,8	2,4	1,4
Intensité (N)	7	6	3,5



### 3.3.Méthode analytique

Système : le solide

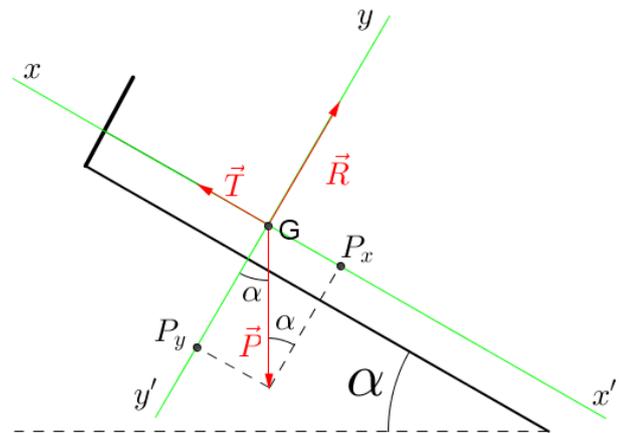
Référentiel : terrestre

Repère : R(G ; x ,y)

Bilan des forces :

- Le poids du solide :  $\vec{P}$
- La réaction du plan incliné :  $\vec{R}$
- La tension du fil :  $\vec{T}$

Schéma ci-contre



$$\vec{P} \begin{cases} P_x = -P \sin \alpha \\ P_y = -P \cos \alpha \end{cases} \vec{T} \begin{cases} T_x = T \\ T_y = 0 \end{cases} \vec{R} \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$$

$$\text{A l'équilibre on a : } \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} P_x + T_x + R_x = 0 \\ P_y + T_y + R_y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -P \sin \alpha + T = 0 \\ -P \cos \alpha + R = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = mg \sin \alpha \\ R = mg \cos \alpha \end{cases}$$

## SITUATION D'ÉVALUATION

Lors du lancement de la quatrième édition des festivités "Abidjan Perle De Lumières", des élèves de la classe de 2C<sub>5</sub> du lycée classique d'Abidjan observent une boule lumineuse de masse

$m$ , suspendue au-dessus d'une route de 10 m de large, par deux câbles AF et BF comme l'indique le schéma ci-dessous.

La boule est en équilibre.

Soucieux de la sécurité des visiteurs, ils décident de déterminer la tension des câbles qui soutiennent la boule.

On appelle :

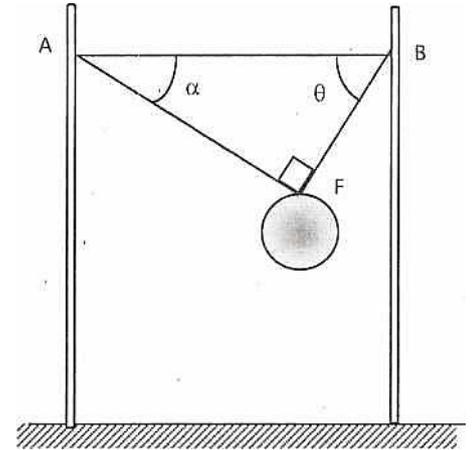
- $\vec{T}_1$  : la tension du câble AF
- $\vec{T}_2$  : la tension du câble FB.

On donne :  $m = 30 \text{ kg}$  ;  $\alpha = 30^\circ$  ;  $\theta = 60^\circ$  ;

$g = 10 \text{ N/kg}$ .

Tu fais partie du groupe.

1. Fais le bilan des forces qui s'exercent sur la boule.
2. Représente les forces qui s'exercent sur la boule lumineuse.
3. Énonce les conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces.
4. Détermine les valeurs de  $\vec{T}_1$  et  $\vec{T}_2$  :
  - 4.1 Par la méthode graphique.
  - 4.2 Par la méthode analytique.



### Corrigé

1. bilan des forces

Système : boule lumineuse

Bilan des forces :

$\vec{P}$  : Le poids de la boule

$\vec{T}_1$  : La tension du câble AF

$\vec{T}_2$  : La tension du câble FB

2. voir schéma

3. Lorsqu'un solide soumis à l'action de trois forces non parallèles, est en équilibre, nécessairement :

- Les droites d'actions de ces trois forces sont concourantes ;
- La somme vectorielle de ces trois forces est nulle ;
- les trois forces sont coplanaires.

4.

#### 4.1. Méthode graphique

A l'équilibre :  $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -\vec{P}$

A partir du point F, traçons les trois directions connues des supports des forces : (FC), le support de  $\vec{P}$  est vertical ; (FA), le support de  $\vec{T}_1$  est incliné de  $30^\circ$  sur l'horizontale ; (FB), le support de  $\vec{T}_2$  est incliné de  $60^\circ$  sur l'horizontale.

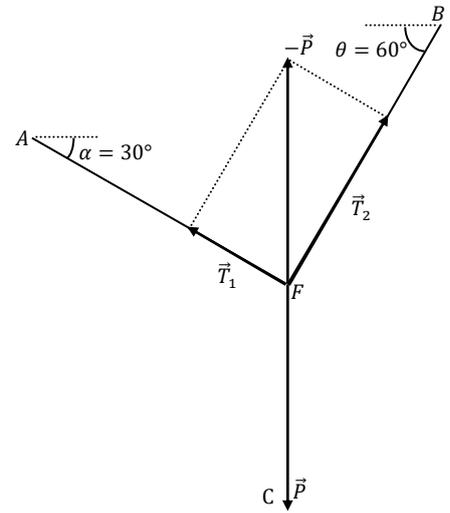
Construisons  $\vec{P}$  à l'échelle 1 cm pour 100 N :  $\vec{P} \rightarrow 3 \text{ cm}$

La projection de  $-\vec{P}$  sur (FA) et (FB) donne  $\vec{T}_1$  et  $\vec{T}_2$ .

$\vec{T}_1 \rightarrow 1,5 \text{ cm}$  et  $\vec{T}_2 \rightarrow 2,6 \text{ cm}$ .

En revenant à l'échelle :  $T_1 = 1,5 \times 100 = 150 \text{ N}$  et

$T_2 = 2,6 \times 100 = 260 \text{ N}$ .



#### 4.1. Méthode analytique :

A l'équilibre :

$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

Projection sur l'axe (Fx)

$$P \sin \alpha - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m g \sin \alpha ;$$

A.N :  $T_1 = 150 \text{ N}$

Projection sur l'axe (Fy)

$$-P \cos \alpha + T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m g \cos \alpha ;$$

A.N :  $T_2 = 259,8 \text{ N}$

### III- EXERCICES

#### EXERCICE 1

Tu accroches un solide de masse  $m = 150 \text{ g}$  à un ressort fixé en un point A. L'ensemble est en équilibre.

Représente :

1. les forces qui s'exercent sur le solide ;
2. les forces qui s'exercent sur le ressort.

#### Corrigé

3.1 Systeme : Solide de masse  $m$

Bilan des forces

$\vec{P}$  : Le poids du solide

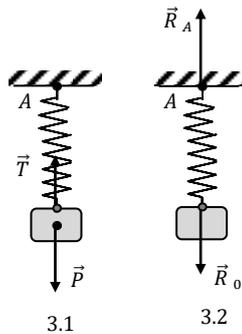
$\vec{T}$  : Tension du ressort

3.2 Systeme : ressort

Bilan des forces

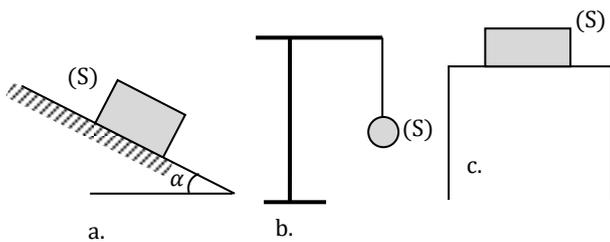
$\vec{R}_A$  : Réaction du support en A

$\vec{R}_0$  : Réaction du solide sur le ressort

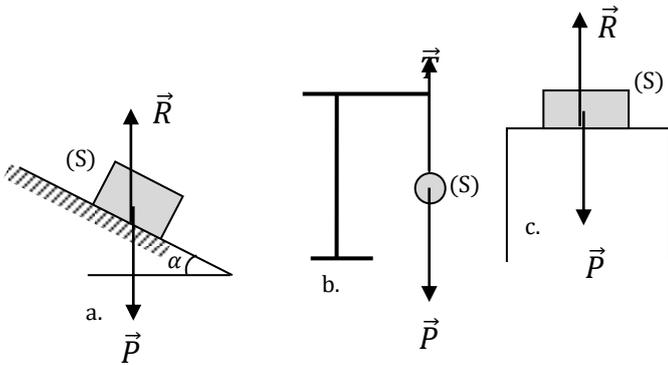


#### EXERCICE 2

Représente pour chacun des cas ci-dessous, les forces appliquées au solide (S) en équilibre.



**corrigé**



**EXERCICE 3**

Complète le texte ci-dessous en écrivant le numéro suivi du mot ou groupe de mots qui convient avec les mots suivants :

**frottement- contraire- forces- droite d'action- réaction normale - poids- réaction- équilibre- tangentielle.**  
 Un bloc de glace est posé sur un plan incliné rugueux. Ce bloc de glace est en .....1... sous l'action de deux .....2.....de même.....3..de sens...4.....et de même intensité. L'une des forces est le .....5.....du bloc de glace. L'autre force est la .....6..... du plan incliné. Cette dernière force a deux composantes : la.....7..... et la force de ...8.....ou réaction.....9..... .La force de frottement est opposée au déplacement.

**corrigé**

1-équilibre ; 2 – forces ; 3 – droites d'action ; 4 – contraire ; 5 – poids  
 6-réaction ; 7 – réaction normale ; 8 – frottement ;  
 9 –réaction tangentielle  
 du solide S.

**EXERCICE 4**

Au cours d'une séance de travaux pratiques, un groupe d'élèves d'une classe de 2<sup>nd</sup> C dans un Lycée réalise le montage ci-contre.

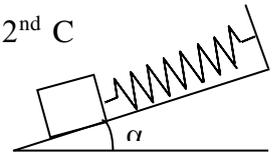
Le ressort s'étire et prend une longueur de longueur  $\ell$  et le solide de masse  $m = 150 \text{ g}$  est en équilibre sur le plan incliné.

La longueur à vide du ressort est  $\ell_0 = 15 \text{ cm}$  et sa constante de raideur est  $k = 20 \text{ N/m}$ .  
 Donnée :  $g = 9,8 \text{ N/kg}$  et  $\alpha = 30^\circ$ .

Le groupe décide de déterminer la longueur  $\ell$  du ressort.

Tu fais partie du groupe d'élèves.

1. Enonce les conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles.
2. Cite les forces extérieures appliquées au solide.
3. Détermine, à l'équilibre du solide, les valeurs de ces forces.
4. Dédus la longueur  $\ell$  du ressort.



**Corrigé**

1. Système : solide

Bilan des forces

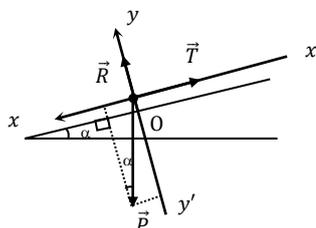
$\vec{P}$  :Le poids du solide

$\vec{T}$  : Tension du ressort

$\vec{R}$  :Réaction du plan

2. A l'équilibre,  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$ (1)

3.La projection de (1) sur



l'axe(x'x) donne :  $P \sin \alpha - T = 0$

$T = m g \sin \alpha$  ; AN :  $T = 0,735 \text{ N}$

La projection de (1) sur (y'y) donne :  $-P \cos \alpha + R = 0$  d'où  $R = m g \cos \alpha$  ; AN :  $R = 1,27 \text{ N}$ .

4.  $T = k|\ell - \ell_0|$  or  $\ell - \ell_0 > 0 \Rightarrow |\ell - \ell_0| = \ell - \ell_0 \Rightarrow \ell = \frac{T}{k} + \ell_0$

AN:  $\ell = 18,7 \text{ cm}$ .

## EXERCICE 5

Au cours des festivités commémorant le cinquantenaire d'un établissement secondaire, une boule décorative a été fixée contre le mur parfaitement lisse du foyer dudit établissement, par l'intermédiaire d'un fil inextensible AB de longueur  $\ell = 40 \text{ cm}$  et de masse négligeable. Un groupe d'élèves de 2<sup>nde</sup> C décide d'étudier l'équilibre de cette boule de rayon  $r = 12 \text{ cm}$  dont la masse est  $m = 2,5 \text{ kg}$ .

Donnée :  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

Eprouvant des difficultés, ceux-ci sollicitent ton aide.

1. Énonce les conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles.
2. Représente les forces extérieures qui s'exercent sur la boule.
3. Calcule l'angle  $\alpha$  que fait le fil avec le mur.
4. Détermine par la méthode analytique, les intensités des forces qui s'exercent sur la boule.

## Corrigé

1. Lorsqu'un solide soumis à l'action de trois forces non parallèles, est en équilibre, nécessairement :

- Les droites d'actions de ces trois forces sont concourantes ;
- La somme vectorielle de ces trois forces est nulle ;
- les trois forces sont coplanaires.

2. Système: la sphère

### Bilan des forces

$\vec{P}$  : Le poids de la sphère homogène

$\vec{T}$  : Tension du fil AB

$\vec{R}$  : réaction du mur

Voir schéma ci-contre

3.  $\sin \alpha = \frac{r}{r+l}$  ; AN:  $\sin \alpha = 0,23 \Rightarrow \alpha = 13,34^\circ$

4. A l'équilibre,  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$  (1)

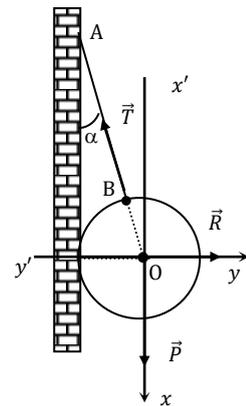
$$P = m g = 25 \text{ N}$$

Projection de (1) sur (x'x) :

$$P - T \cos \alpha = 0 \Rightarrow T = \frac{P}{\cos \alpha} ; \text{AN} : T = 25,7 \text{ N}$$

Projection de (1) sur (y'y) :

$$R - T \sin \alpha = 0 \Rightarrow R = T \sin \alpha ; \text{AN} : R = 5,93 \text{ N}$$



## IV. DOCUMENTATION

### Équilibre stable – équilibre instable

Par définition, un objet est en équilibre lorsque les forces qui agissent sur lui se compensent. La somme de ces forces est nulle.

Mais il est important de distinguer deux formes d'équilibre:

- **Équilibre stable:** Après perturbation, le mobile retrouve sa position initiale.
- **Équilibre instable:** Après perturbation, le mobile s'écarte de sa position initiale (souvent pour rejoindre une position d'équilibre stable !).

Cette animation permet d'illustrer les forces en présence. La position du centre de gravité du système, par rapport au support (point de basculement) est l'élément important.